getal & ruimte

wi 2 havo/vwo deel 1

UITWERKINGEN

epn

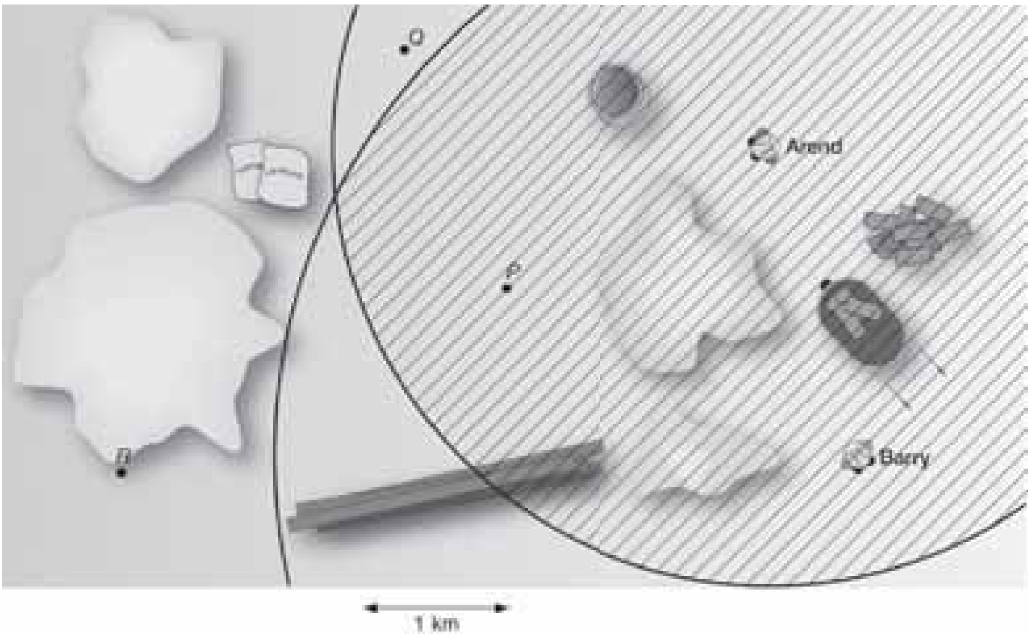
02 Vlakke figuren

2.1 Cirkel en middelloodlijn

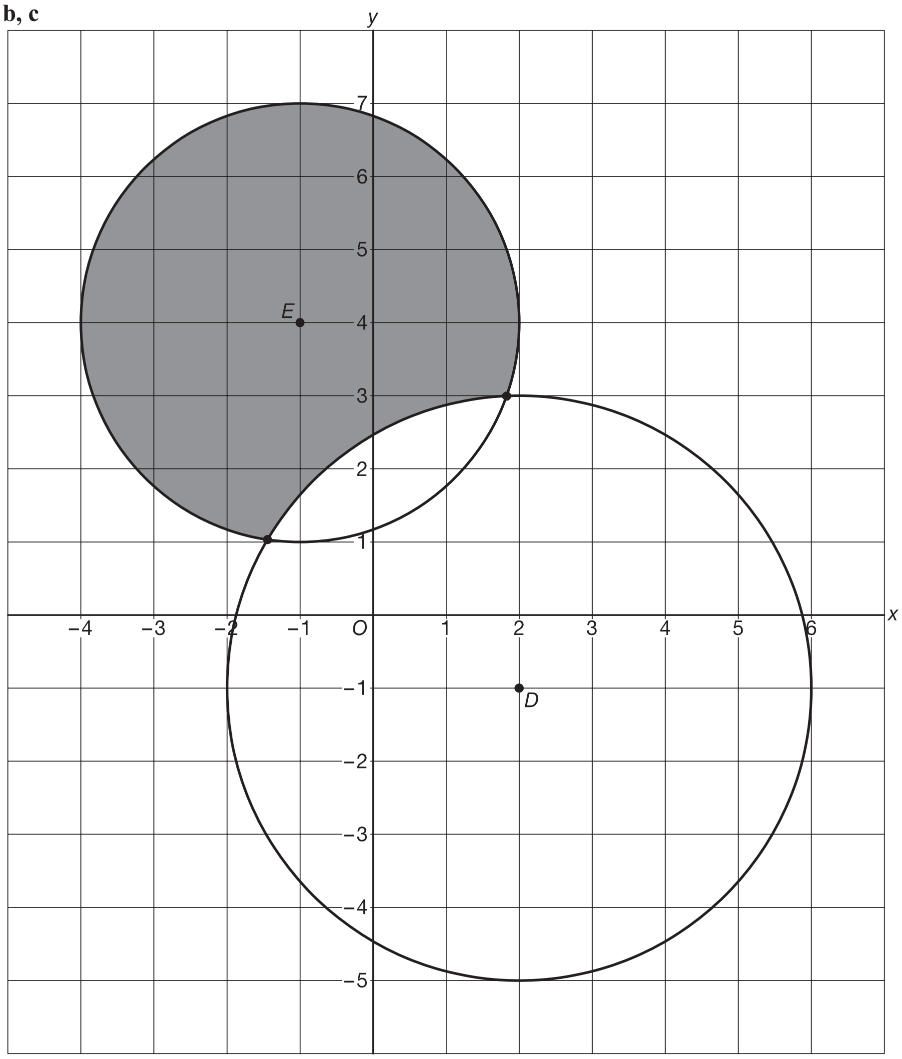
bladzijde 46

1 **a** Chris kan zich in punt *P* bevinden.
Chris kan zich niet in de punten *Q* en *R* bevinden.

b



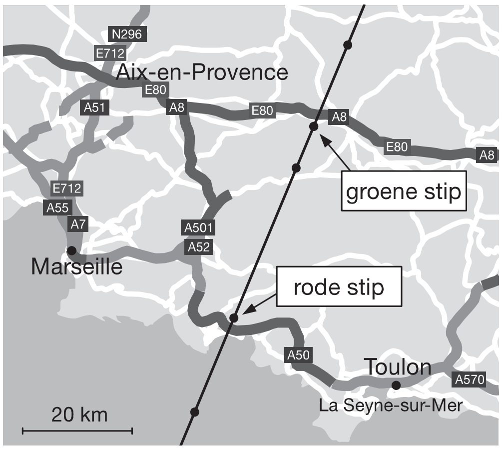
2 **a, b, c**


y
x
7
6
5
4
3
2
1
O
−1
−2
−3
−4
−5
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4
5
6
E
D

3 **a, b**

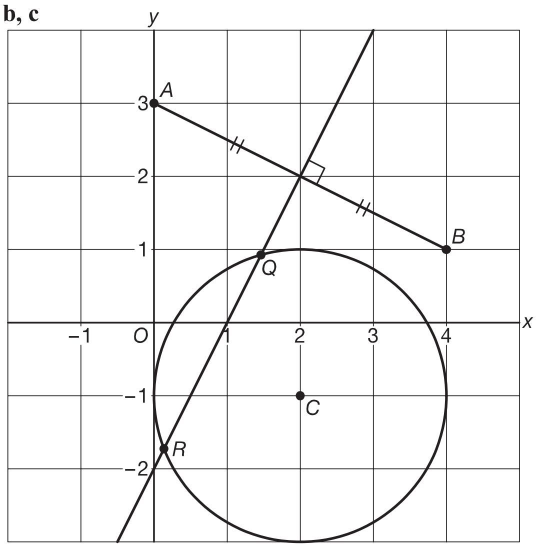

Groningen
Amsterdam
Rotterdam
Nijmegen
50 km

4 a, b, c, d

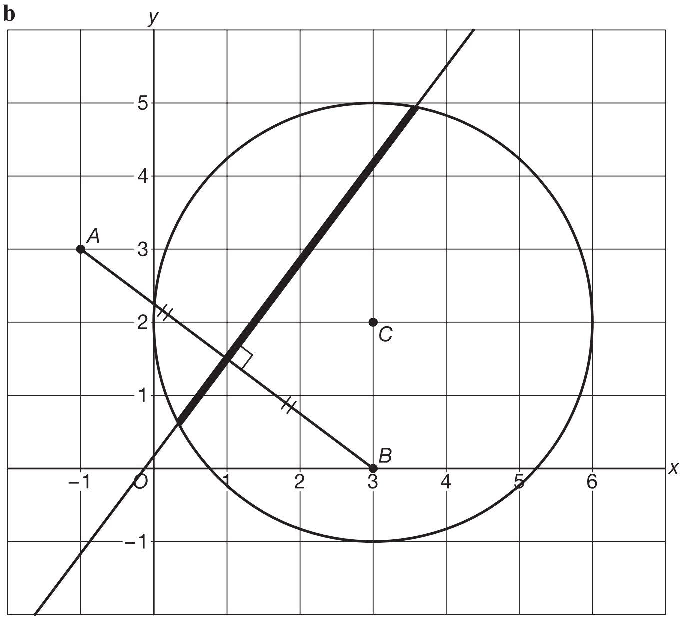


bladzijde 49

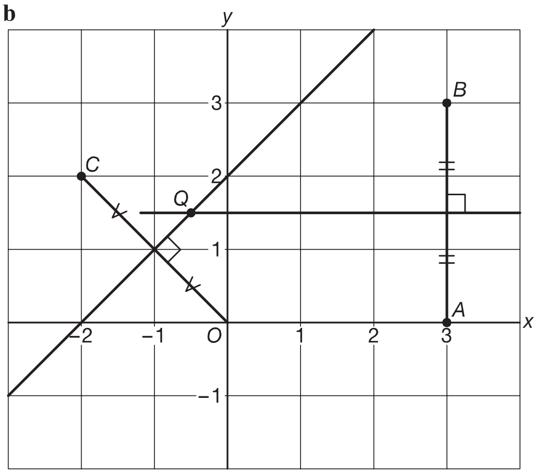
5 a, b, c



6 a, b

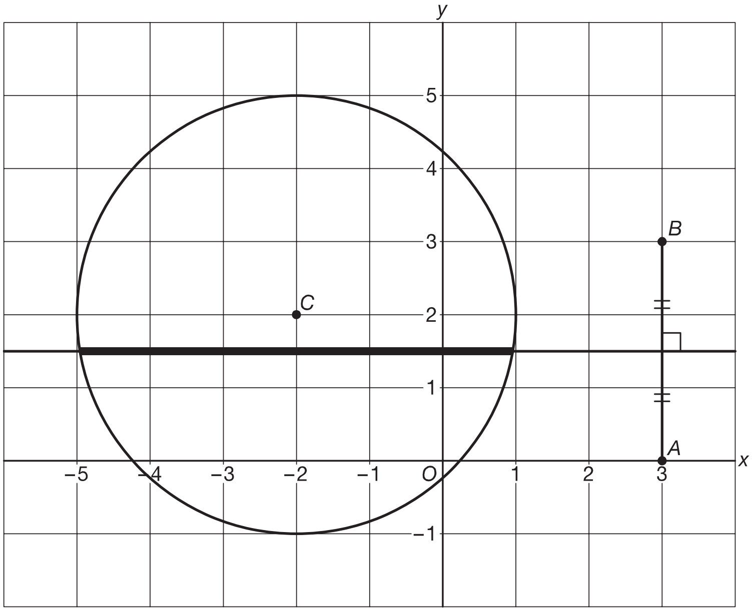


7 **a, b**



y
x
B
C
Q
A
3
2
1
−1
−2
−1
O
1
2
3

c

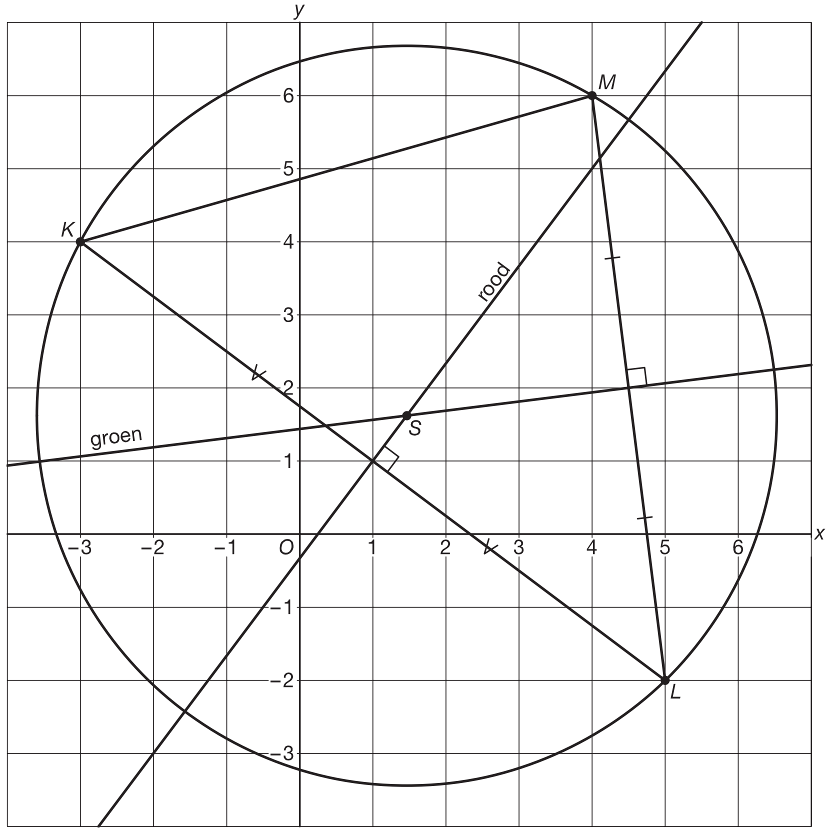


y
x
5
4
3
2
1
−1
B
C
A
−5
−4
−3
−2
−1
O
1
2
3

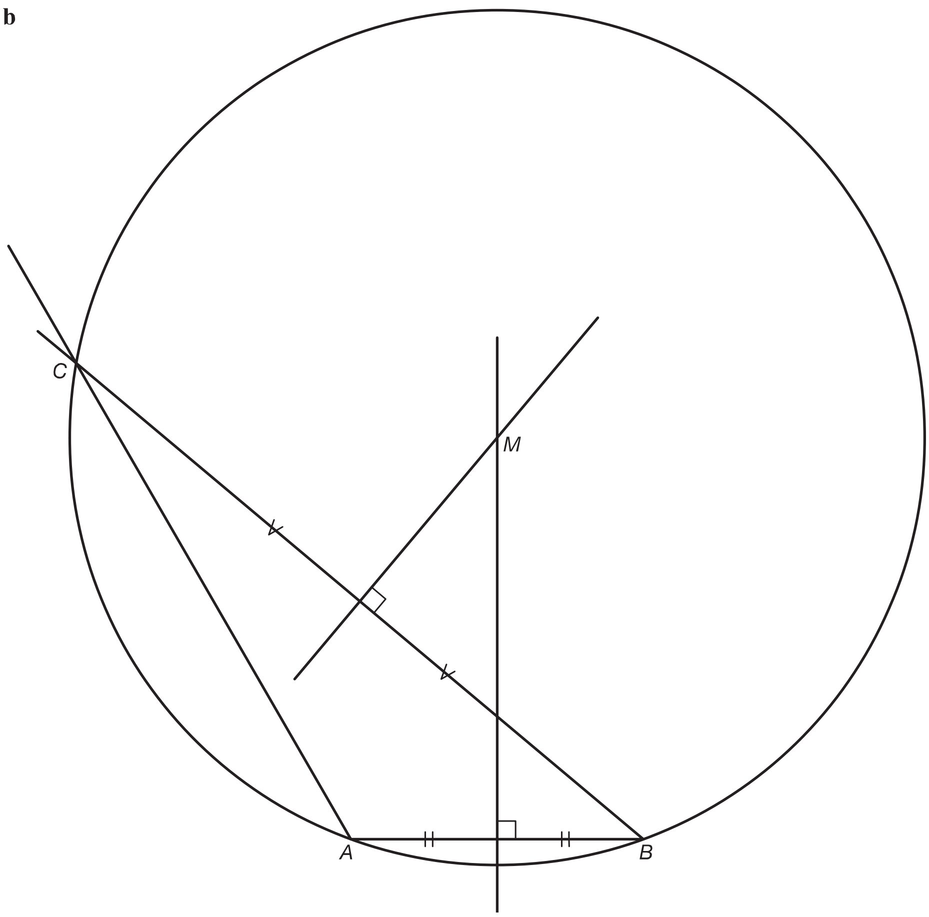
8

BULGARIJE
ALBANIË
MACEDONIË
TURKIJE
Pella
Naoussa
Thessaloniki
Kastoria
Vergina
Dion
Ioannina
Kalambaka
Dodoni
Larissa
Egeische Zee
Athene
Delphi
Ionische
Zee
Olympia

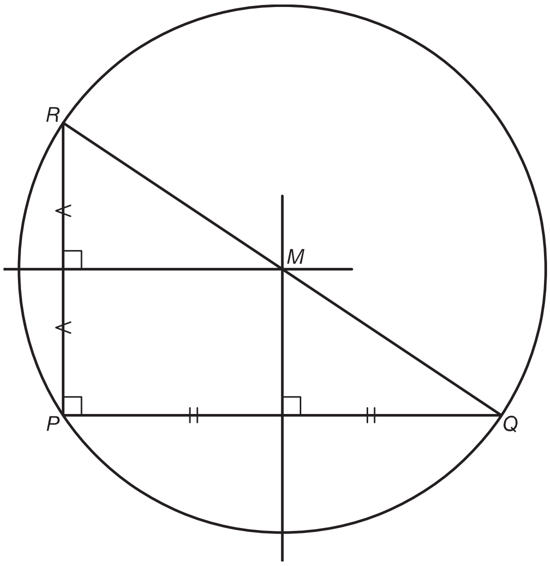
9 a, b, c, d, e



10 a, b

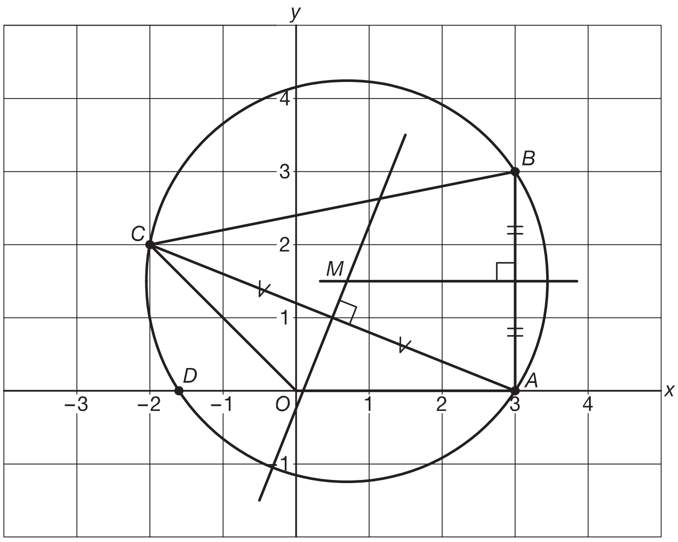


11 **a, b**



c Het middelpunt van de omgeschreven cirkel ligt op de zijde *QR*.

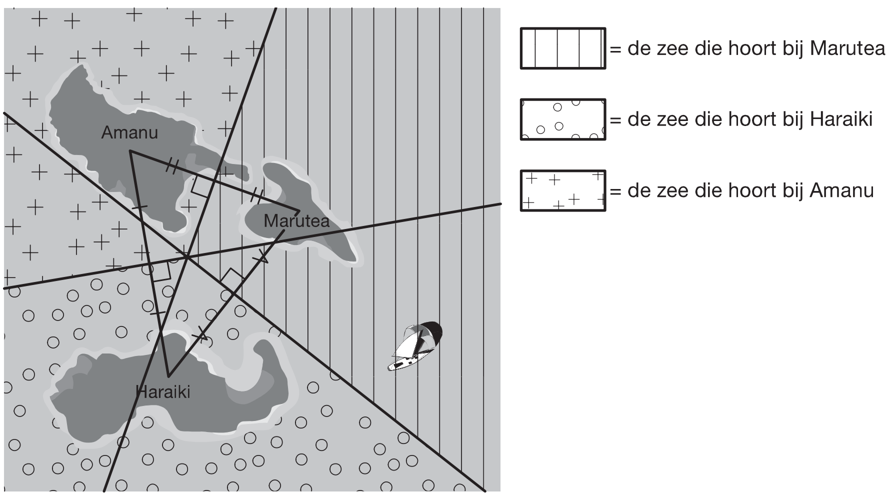
12 **a, b, c, d**



c Omdat het punt *O* niet op de omgeschreven cirkel van △*ABC* ligt, heeft vierhoek *OABC* geen omgeschreven cirkel.

bladzijde 51

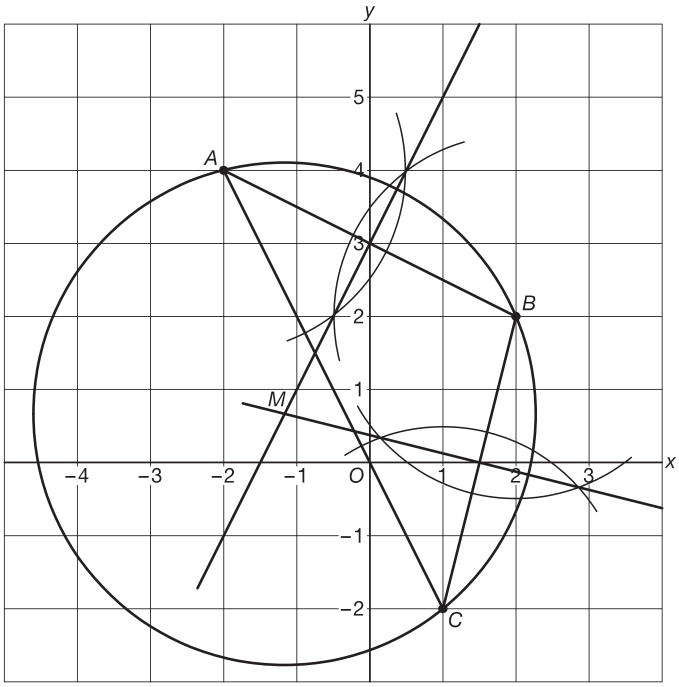
13 **a, b**



14 **a** • Teken een lijnstuk AB.
• Teken een cirkelboog met middelpunt A.
• Teken met dezelfde straal een cirkelboog met middelpunt B.
Zorg ervoor dat de twee cirkelbogen twee snijpunten hebben.
• Teken een lijn door de twee snijpunten.
Je hebt de middelloodlijn van het lijnstuk AB geconstrueerd.

b Je tekent twee punten op gelijke afstand van A en B, dus heb je twee punten van de middelloodlijn en dus heb je de hele middelloodlijn.

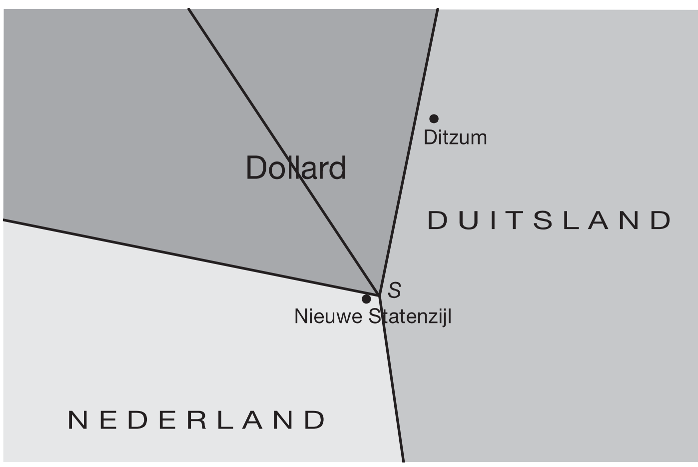
c



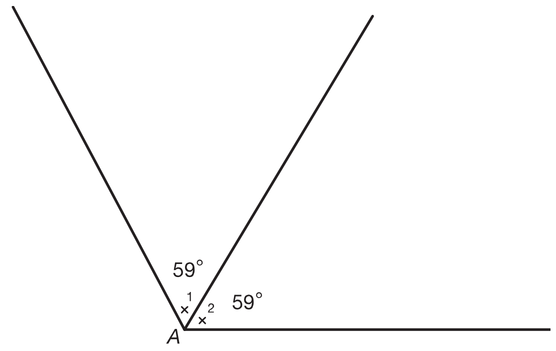
2.2 De bissectrice

bladzijde 52

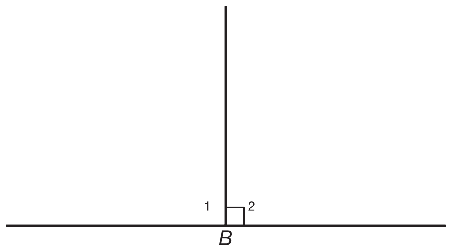
15



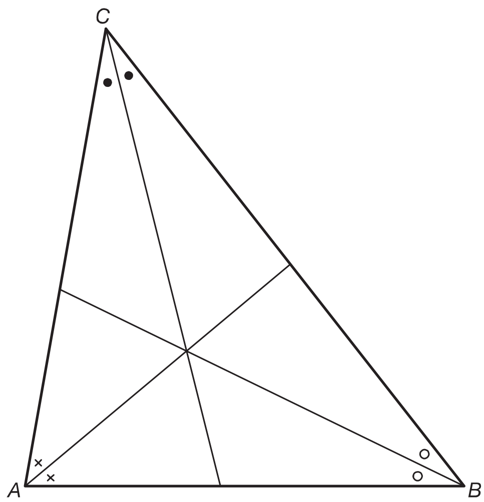
16 **a, b**



c, d

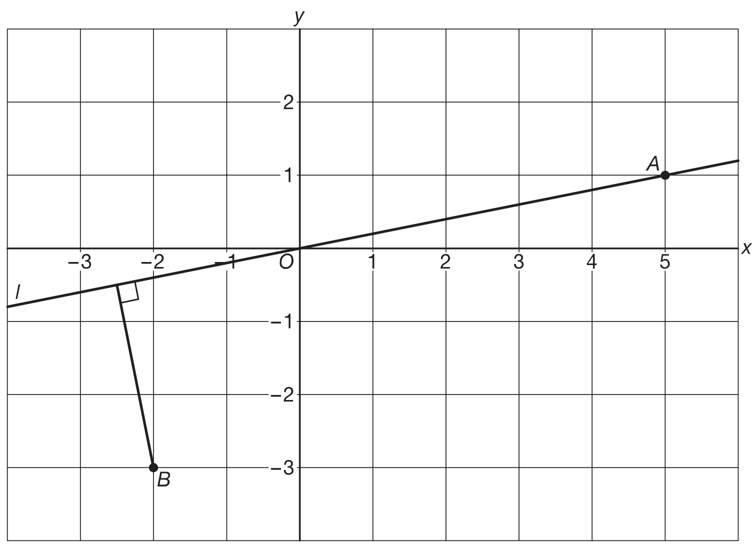


17 **a, b**



bladzijde 53

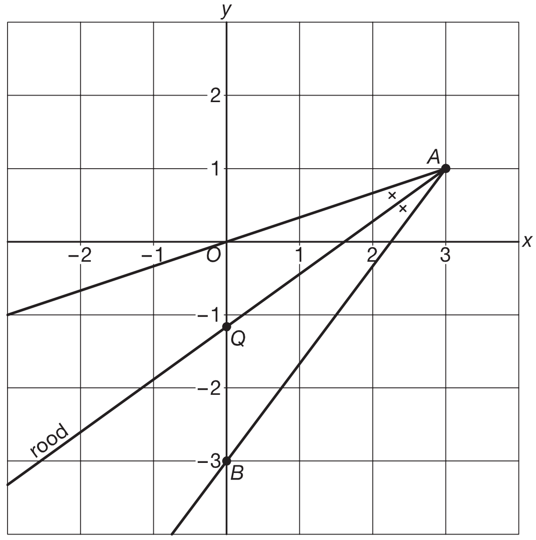
18 **a, b**



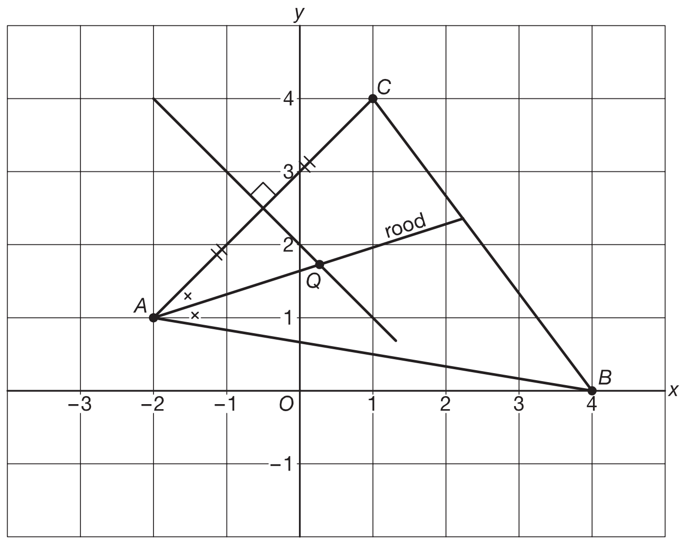
De afstand van *B* tot *l* is ongeveer 2,5 cm

c De afstand van *B* tot de *x*-as is 3 cm.
De afstand van *B* tot de *y*-as is 2 cm.

19 **a, b, c**

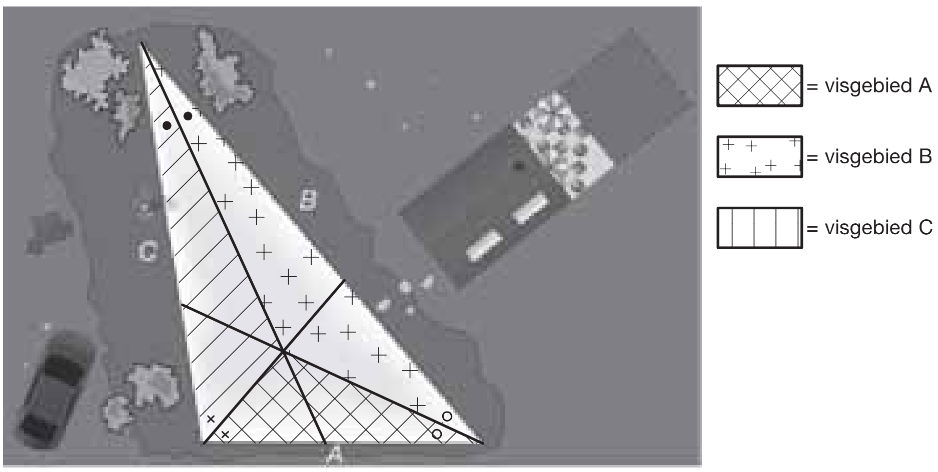


20 **a, b, c**



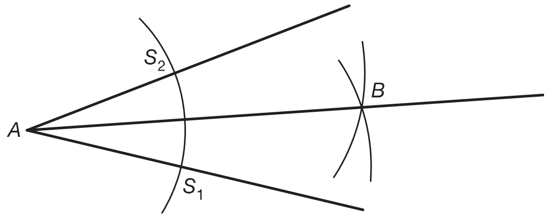
bladzijde 54

21

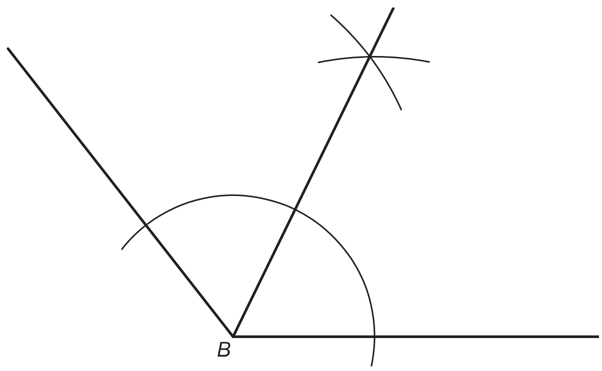


22 **a**
- Teken een hoek A.
- Teken een cirkelboog met middelpunt A.
  Zorg ervoor dat de cirkelboog de benen van hoek A snijdt. De snijpunten noemen we voor het gemak S_1 en S_2.
- Teken tussen de benen van de hoek een cirkelboog met middelpunt S_1.
- Teken tussen de benen van de hoek met dezelfde straal een cirkelboog met middelpunt S_2.
  Noem het snijpunt van de cirkelbogen B.
- Teken de lijn AB.

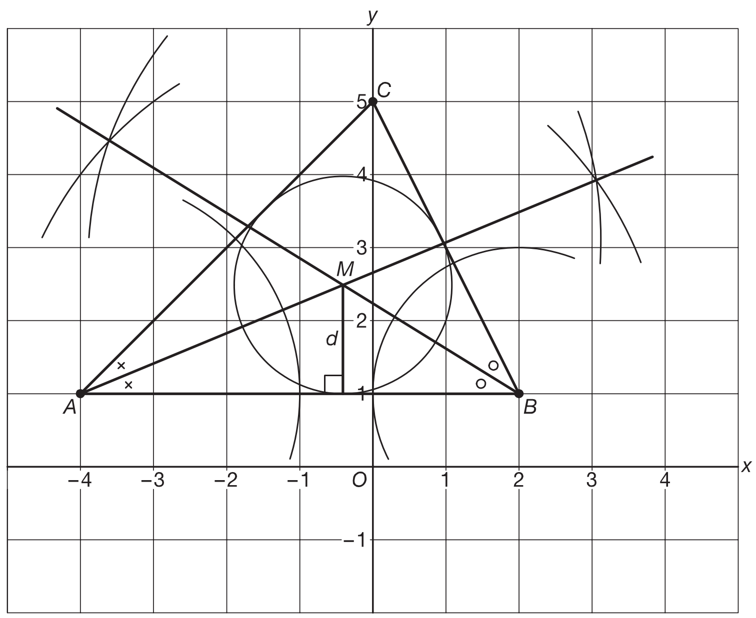
Je hebt de bissectrice van hoek A geconstrueerd.



b



23 **a, b, f**

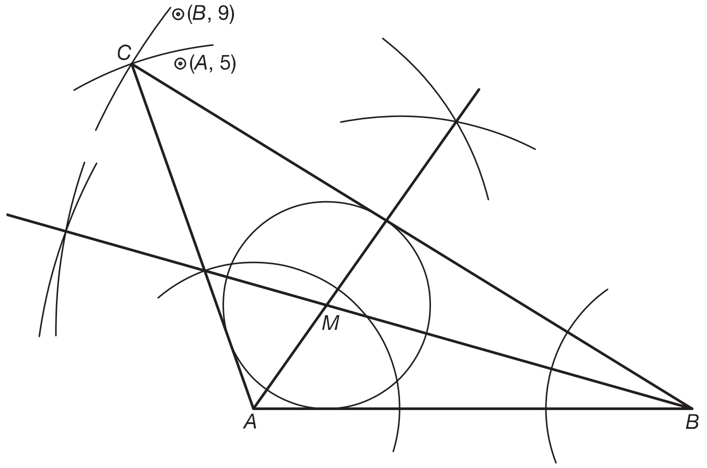


c M ligt op de bissectrice van $\angle A$, dus M ligt even ver van AB als van AC.
M ligt ook op de bissectrice van $\angle B$, dus M ligt ook even ver van AB als van BC.
Hieruit volgt dat M even ver van AC als van BC ligt en dat M dus even ver van elk van de zijden van $\triangle AB$C ligt.

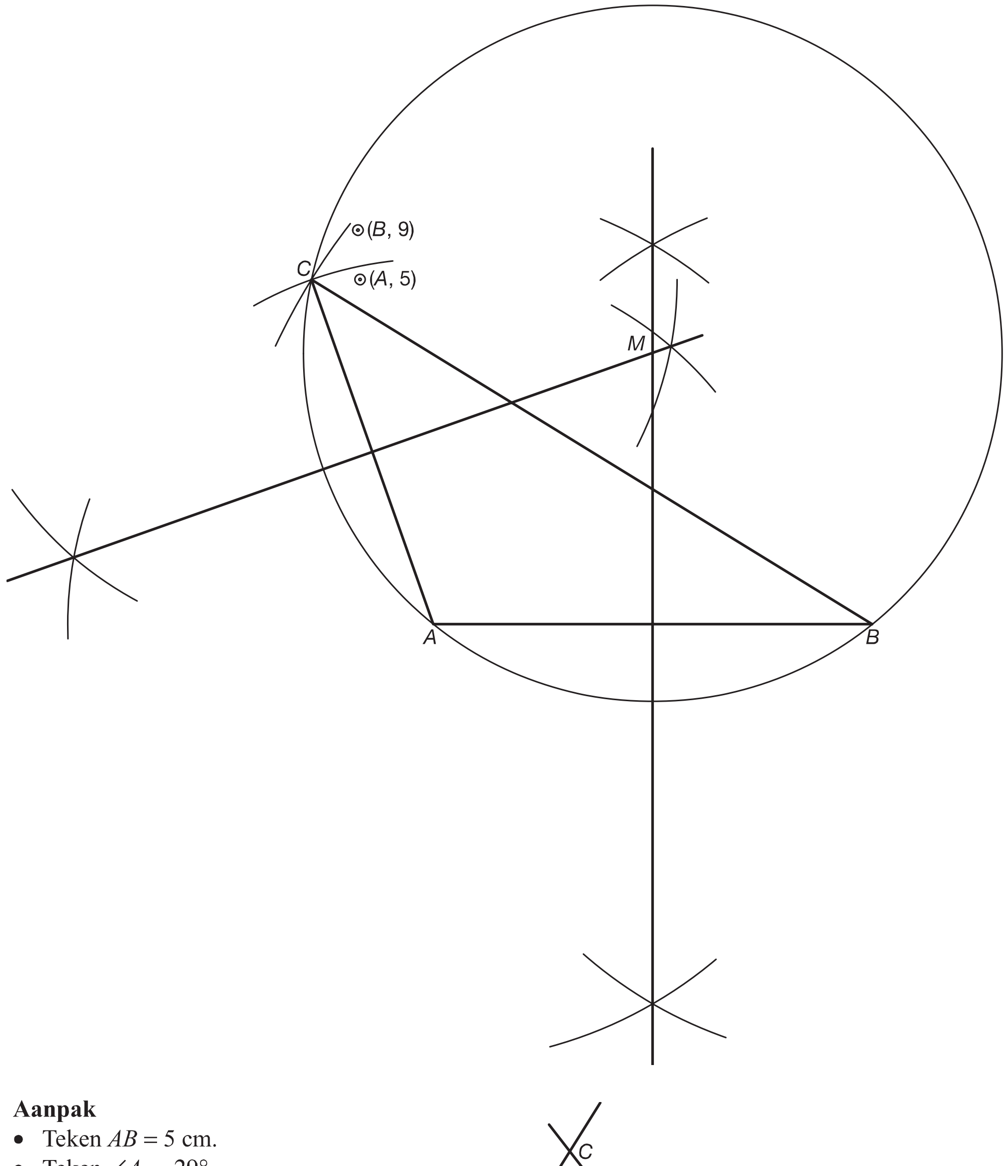
d AC en BC zijn de benen van $\angle C$.
M ligt even ver van AC als van BC.
Omdat voor elk punt op de bissectrice van een hoek geldt dat de afstand tot het ene been gelijk is aan de afstand tot het andere been, moet de bissectrice van $\angle C$ ook door M gaan.

e De afstand d van M tot de zijde AB is ongeveer 1,5 cm.

24 **a, b**

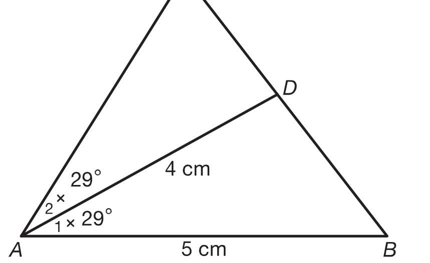


c

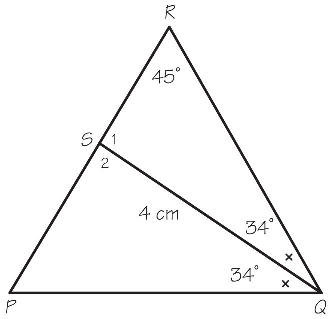


25 **a** **Aanpak**

- Teken $AB = 5$ cm.
- Teken $\angle A_1 = 29°$.
- Teken $AD = 4$ cm.
- Teken $\angle A_2 = 29°$.
- Verleng BD.
- Zo krijg je punt C.

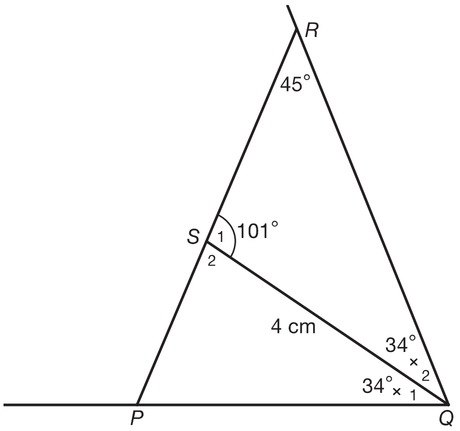


b Bij deze lastige opgave is het handig om eerst een schets te maken.
Schets:



In $\triangle QRS$ is $\angle S_1 = 180° - 45° - 34° = 101°$.

Aanpak
- Teken $\angle Q = 68°$.
- Teken de bissectrice $QS = 4$ cm.
- Teken $\angle S_1 = 101°$.
- Zo krijg je de punten *R* en *P*.

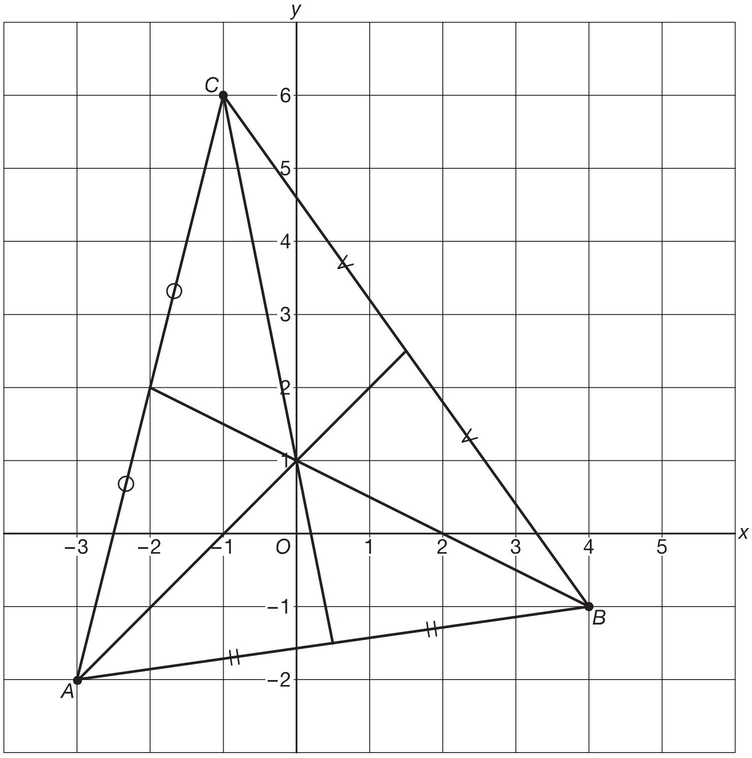


2.3 Zwaartelijn en hoogtelijn

bladzijde 55

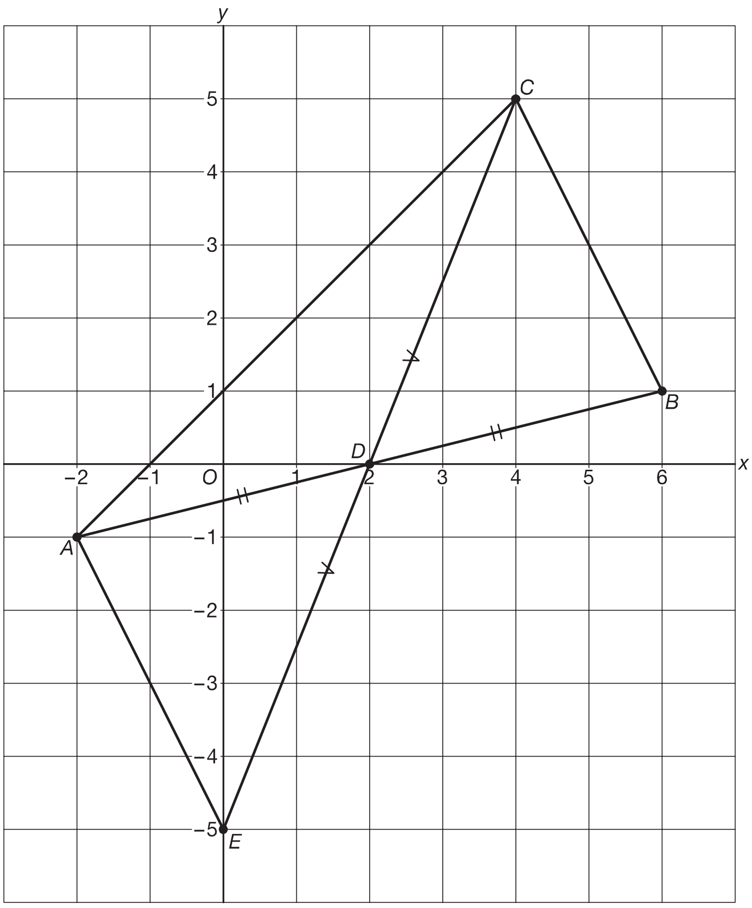
26 Frits moet mogelijkheid c kiezen.

27 **a, b**



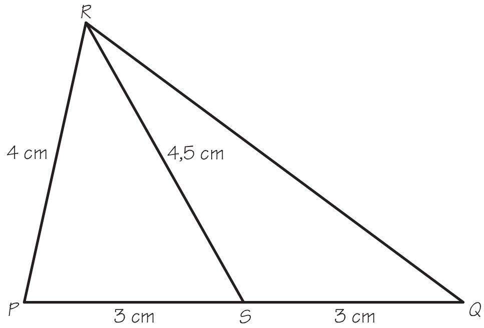
c De coördinaten van het zwaartepunt zijn (0, 1).

28 **a, b**

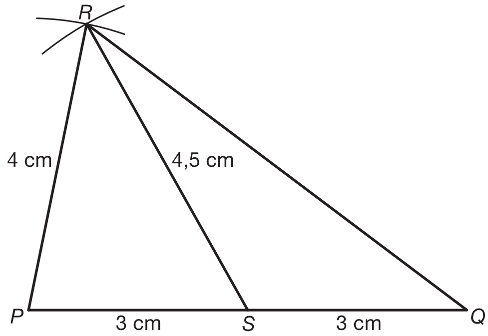


c $E(0, -5)$

29 Schets:

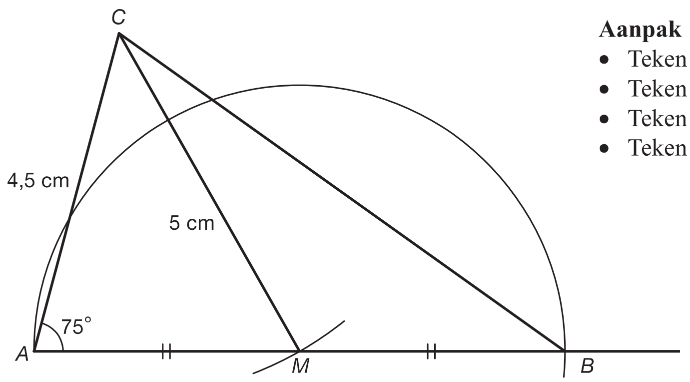


Tekening:



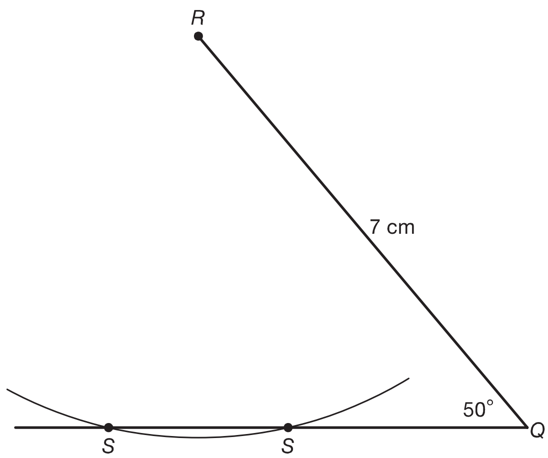
Aanpak
- Teken $PQ = 6$ cm.
- Teken S in het midden van PQ.
- Teken cirkelboog van ⊙ (P, 4 cm).
- Teken cirkelboog van ⊙ (S, $4\frac{1}{2}$ cm).
- Snijpunt van de cirkelbogen is het punt R.

30 **a**



Aanpak
- Teken $\angle A = 75°$.
- Teken $AC = 4{,}5$ cm.
- Teken cirkelboog van ⊙ (C, 5). Zo krijg je het punt M.
- Teken cirkelboog van ⊙ (M, AM). Zo krijg je het punt B.

b

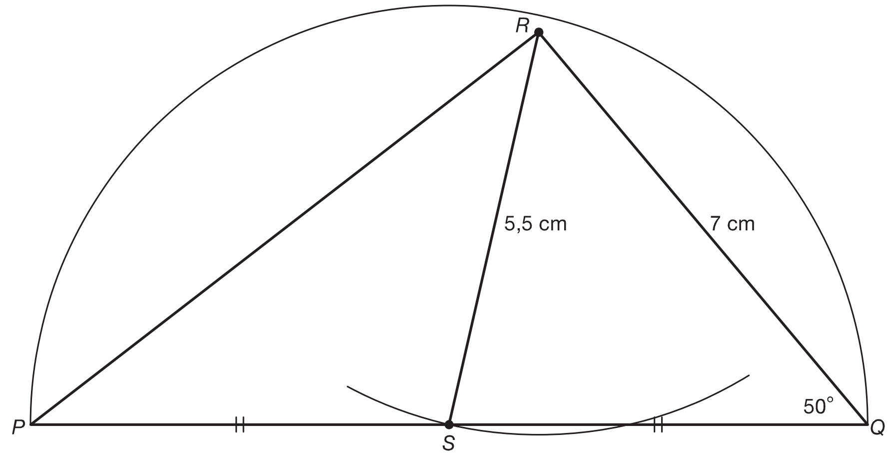


Aanpak
- Teken $\angle Q = 50°$.
- Teken $QR = 7$ cm.
- Teken cirkelboog van ⊙ (R; 5,5 cm).

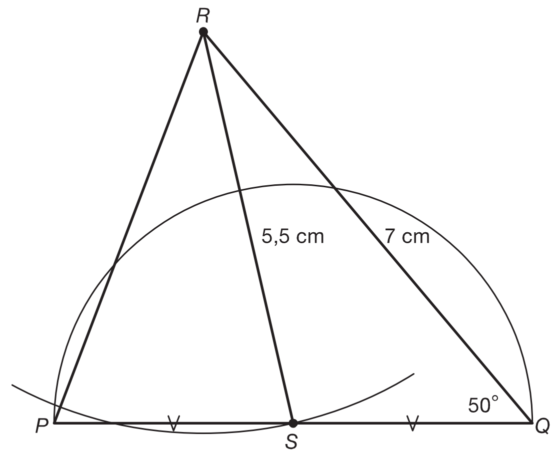
Je krijgt twee mogelijkheden voor het punt S.

Teken bij beide mogelijkheden een cirkelboog van ⊙ (S, SQ).
Zo krijg je het punt P.

Mogelijkheid 1:

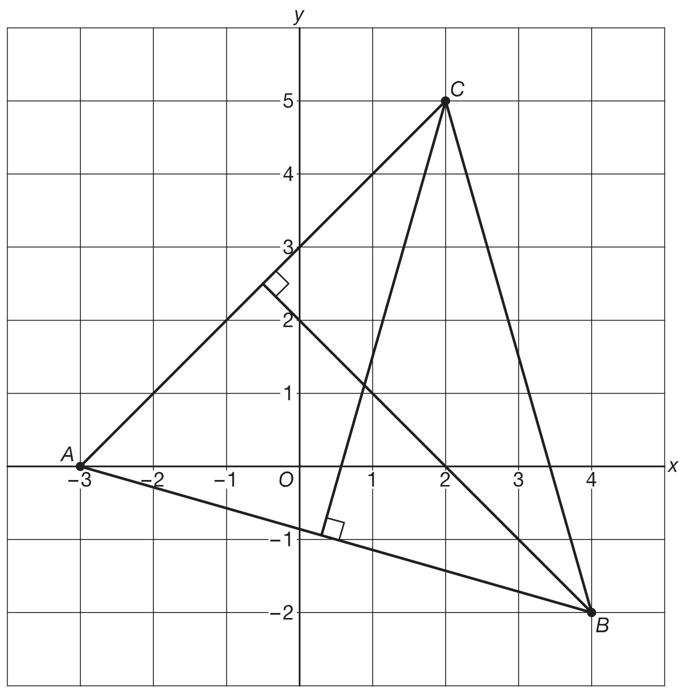


Mogelijkheid 2:

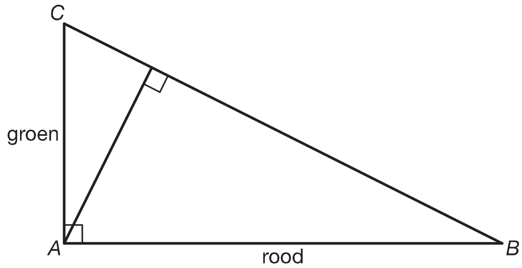


bladzijde 57

31 **a, b**

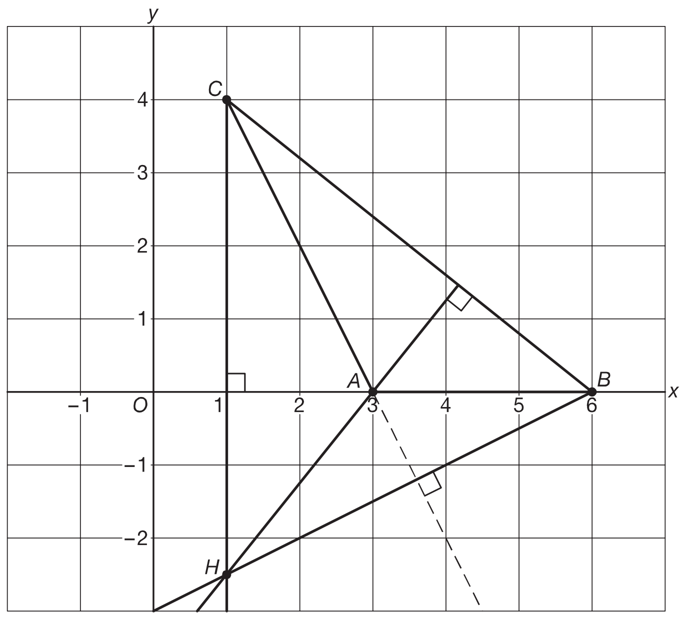


32 **a, b, c**

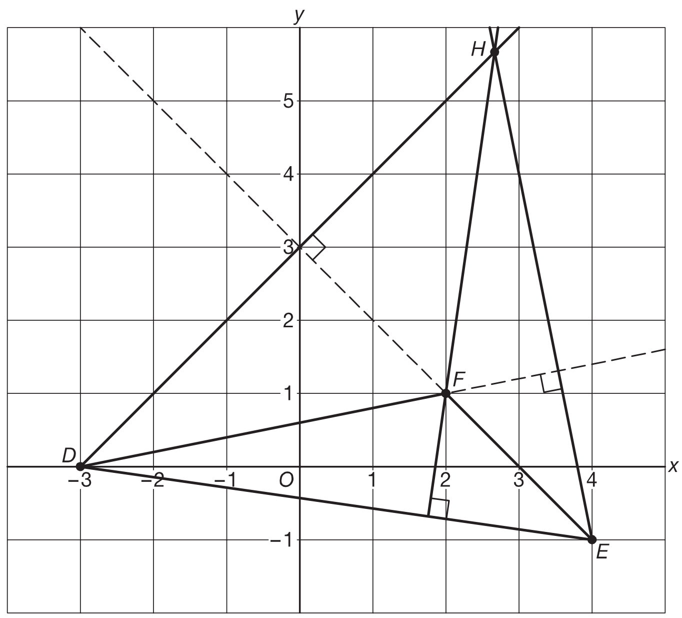


d In een rechthoekige driehoek vallen twee hoogtelijnen samen met de rechthoekszijden van de driehoek. De hoogtelijnen gaan door het hoekpunt van de rechte hoek.

33 **a, b, c**

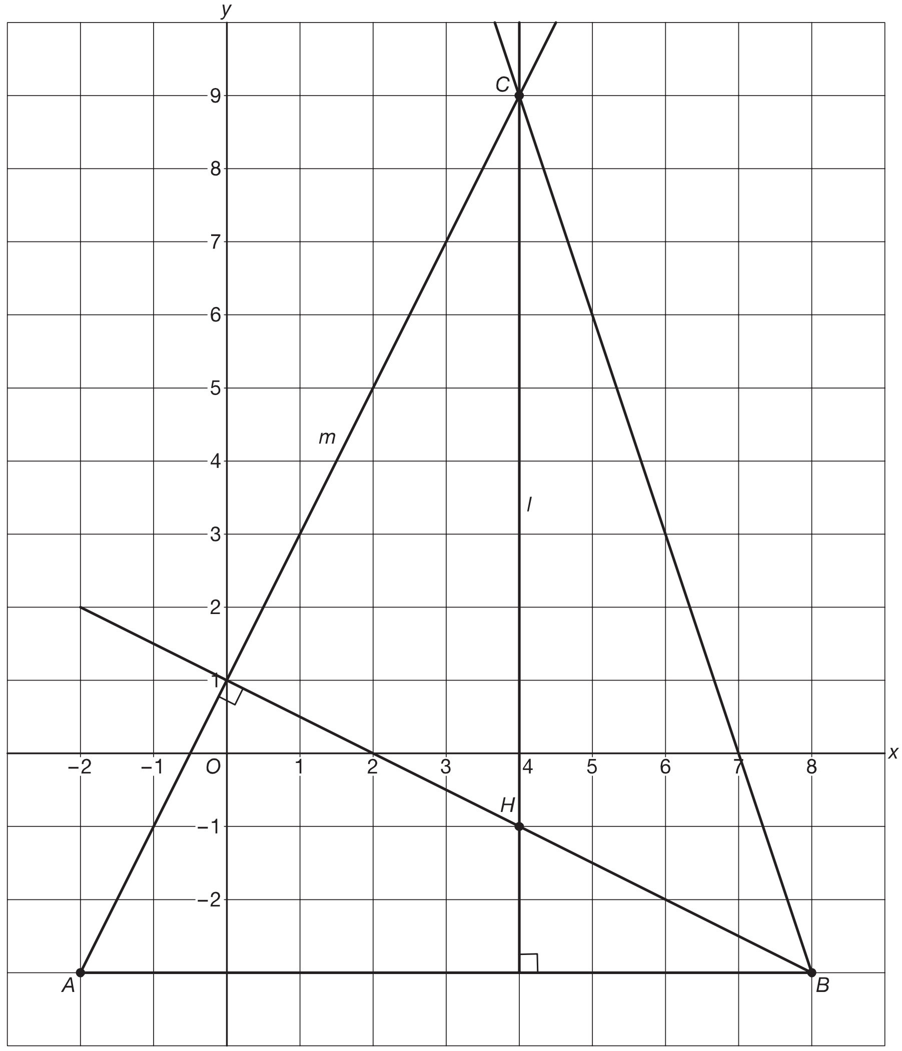


34 **a, b, c**

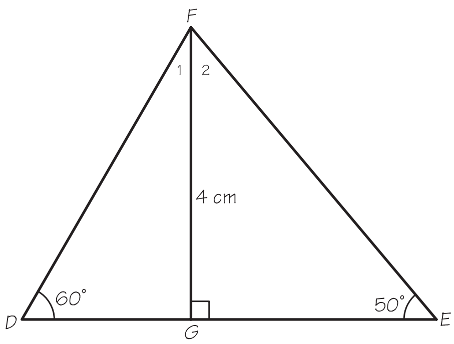


35 **a** **Aanpak**

- Teken de lijn *l* door *H* loodrecht op *AB*.
- Teken de lijn *m* door *A* loodrecht op *BH*.
- Het snijpunt van *l* en *m* is het punt *C*.



b Schets:



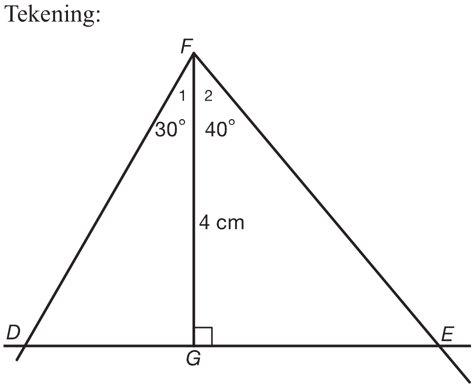
In $\triangle DGF$ is

$\angle F_1 = 180° - 90° - 60° = 30°$

In $\triangle EFG$ is

$\angle F_2 = 180° - 90° - 50° = 40°$.

Tekening:



Aanpak

- Teken $FG = 4$ cm.
- Teken $\angle F_1 = 30°$.
- Teken $\angle F_2 = 40°$.
- Teken de lijn door *G* loodrecht op *FG*.
- Zo krijg je de punten *D* en *E*.

2.4 De oppervlakte van een driehoek

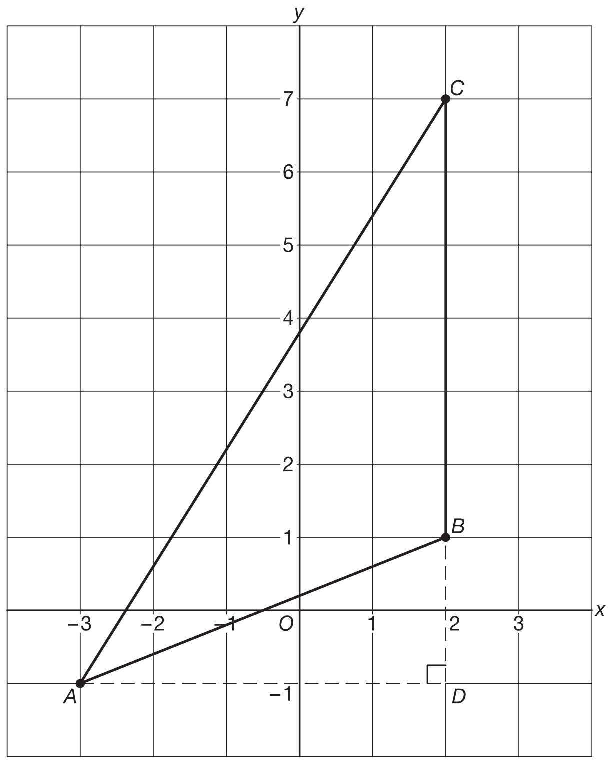
bladzijde 58

36 **a** $\text{opp}(ABDE) = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$

b $\left.\begin{array}{l} \text{opp}(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6 \text{ cm}^2 \\ \frac{1}{2} \cdot \text{opp}(ABDE) = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6 \text{ cm}^2 \end{array}\right\} \text{opp}(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot \text{opp}(ABDE)$

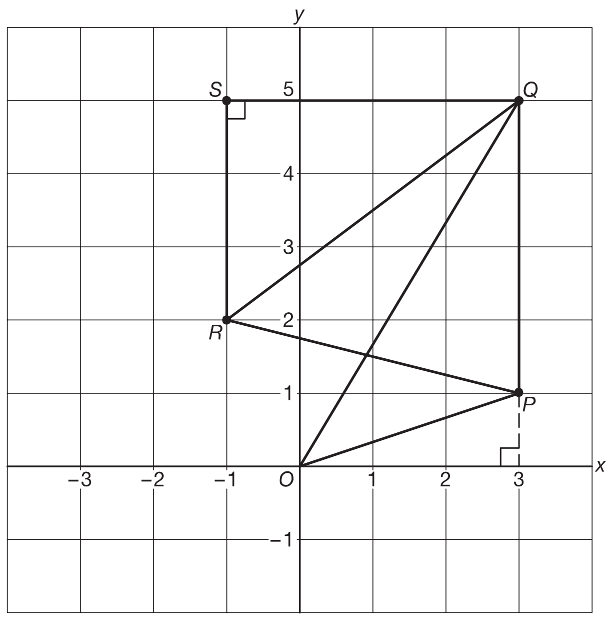
bladzijde 59

37 **a**



b $\text{opp}(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 15 \text{ cm}^2$

38 **a, d**



b $\text{opp}(\triangle PQR) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8 \text{ cm}^2$

c $\text{opp}(\triangle OPQ) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6 \text{ cm}^2$

d $\text{opp}(\triangle QRS) = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ cm}^2$

39 oppervlakte driehoek I $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$ cm^2

oppervlakte driehoek II $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$ cm^2

oppervlakte driehoek III $= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1 = 2\frac{1}{2}$ cm^2

oppervlakte driehoek IV $= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$ cm^2

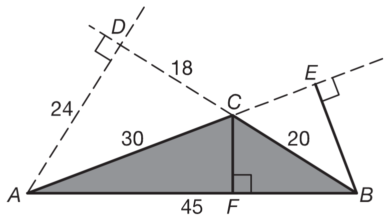
oppervlakte driehoek V $= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = 1\frac{1}{2}$ cm^2

oppervlakte driehoek VI $= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3$ cm^2

oppervlakte driehoek VII $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$ cm^2

40 **a** opp($\triangle ABC$) $= \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 24 = 240$ mm^2

b, c



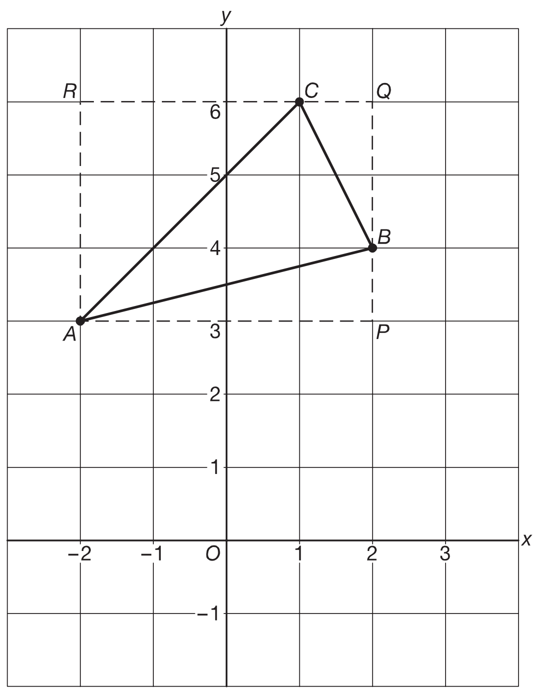
41 **a** opp($\triangle ACR$) $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$ cm^2

opp($\triangle ABP$) $= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 = 2$ cm^2

opp($\triangle BCQ$) $= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 = 1{,}5$ cm^2

b opp($\triangle ABC$) = opp($PBQR$) − opp($\triangle ACR$) − opp($\triangle ABP$) − opp($\triangle BCQ$)
$= 4 \cdot 3 - 3 - 2 - 1{,}5$
$= 12 - 3 - 2 - 1{,}5$
$= 5{,}5$ cm^2

42 **a**



b opp($APQR$) $= 4 \cdot 3 = 12$ cm^2

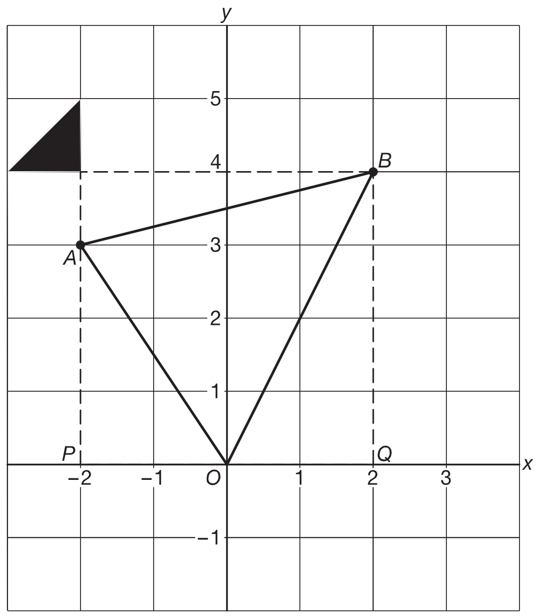
opp($\triangle ABP$) $= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 = 2$ cm^2

opp($\triangle BCQ$) $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$ cm^2

opp($\triangle ACR$) $= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4{,}5$ cm^2

opp(ABC) = opp($APQR$) − opp($\triangle ABP$) − opp($\triangle BCQ$) − opp($\triangle ACR$)
$= 12 - 2 - 1 - 4{,}5$
$= 4{,}5$ cm^2

c



$\text{opp}(PQBR) = 4 \cdot 4 = 16\ \text{cm}^2$

$\text{opp}(\triangle OAP) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3\ \text{cm}^2$

$\text{opp}(\triangle OBQ) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4\ \text{cm}^2$

$\text{opp}(\triangle ABR) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 = 2\ \text{cm}^2$

$\text{opp}(\triangle OAB) = \text{opp}(PQBR) - \text{opp}(\triangle OAP) - \text{opp}(\triangle OBQ) - \text{opp}(\triangle ABR)$
$= 16 - 3 - 4 - 2$
$= 7\ \text{cm}^2$

43 Gemeten zijde is 4 cm.
Gemeten hoogte is 1,5 cm.
De zijde is in werkelijkheid $200 \cdot 4 = 800$ cm = 8 m.
De hoogte is in werkelijkheid $200 \cdot 1{,}5 = 300$ cm = 3 m.
De oppervlakte van de houten betimmering is $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = 12\ \text{m}^2$.
De schilder moet dus $2 \cdot 12 = 24\ \text{m}^2$ schilderen.
Hij heeft daarvoor $24 : 3 = 8$ uur nodig.

2.5 De oppervlakte van een vierhoek

bladzijde 61

44 **a** $\text{opp}(\triangle PQS) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 = 7{,}5\ \text{cm}^2$
b Van $\triangle QRS$ is de zijde $RS = 5$ cm en de bijbehorende hoogte 3 cm, zodat $\text{opp}(\triangle QRS) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 = 7{,}5\ \text{cm}^2$.
Dus is $\text{opp}(\triangle PQS) = \text{opp}(\triangle QRS)$.
c $\text{opp}(PQRS) = \text{opp}(\triangle PQS) + \text{opp}(\triangle QRS) = 7{,}5 + 7{,}5 = 15\ \text{cm}^2$

bladzijde 62

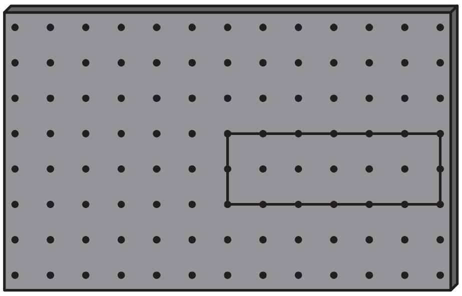
45 **a** $DE = 25$ mm
b $DF = 49$ mm
c $DE = 25$ mm
d Omdat BC niet loodrecht staat op AB is BC niet de hoogte die bij de zijde AB hoort en dus heeft Albert het fout.

46 $\text{opp}(KLMN) = 29 \cdot 43 = 1247\ \text{mm}^2$

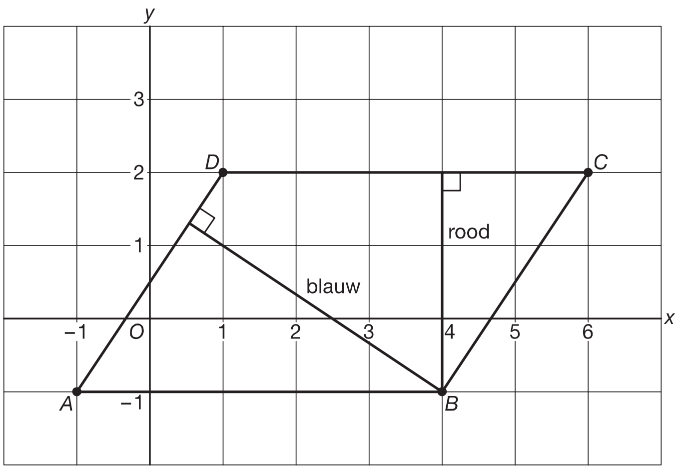
47 $\text{opp}(ABCD) = 25 \cdot 13 = 325\ \text{mm}^2$
$\text{opp}(EFGH) = 18 \cdot 16 = 288\ \text{mm}^2$
$\text{opp}(KLMN) = 15 \cdot 12 = 180\ \text{mm}^2$

48 **a** Van elk parallellogram is de oppervlakte = $3 \cdot 7 = 21$ cm^2, omdat van elk parallellogram de zijde 3 cm is en de bijbehorende hoogte 7 cm.
b De rechthoek heeft de kleinste omtrek en het naar rechts hellende parallellogram heeft de grootste omtrek.

49

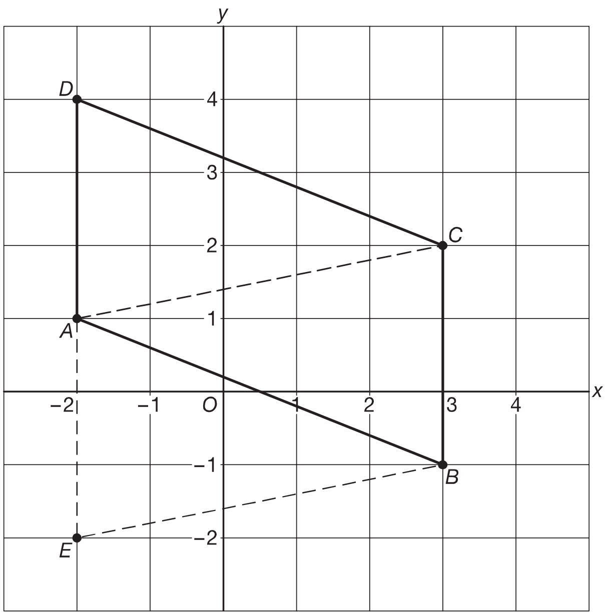


50 **a, b, c**



d Je kunt met de zijde AB of met de zijde CD het gemakkelijkst de oppervlakte van het parallellogram berekenen.
opp($ABCD$) = $5 \cdot 3 = 15$ cm^2

51



a $D(-2, 4)$
opp($ABCD$) = $3 \cdot 5 = 15$ cm^2
b $E(-2, -2)$
opp($AEBC$) = $3 \cdot 5 = 15$ cm^2

52 **a** $4 \cdot h = 28$
$h = \frac{28}{4} = 7$ cm
b $16 \cdot h = 48$
$h = \frac{48}{16} = 3$ cm
c opp($PQRS$) $= 4 \cdot 2{,}4 = 9{,}6$ cm^2
$3 \cdot ST = 9{,}6$
$ST = \frac{9{,}6}{3} = 3{,}2$ cm
d Tip: maak een schets.
opp($EFGH$) $= 8 \cdot 4{,}2 = 33{,}6$ cm^2
$5 \cdot h = 33{,}6$
$h = \frac{33{,}6}{5} = 6{,}72$ cm

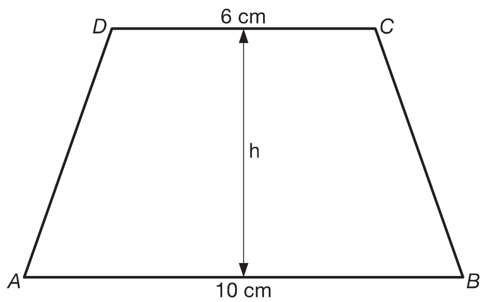
53 **a** opp($\triangle PQS$) $= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9$ cm^2
opp($\triangle QRS$) $= \frac{1}{2} \cdot 2{,}8 \cdot 3 = 4{,}2$ cm^2
b opp($PQRS$) = opp($\triangle PQS$) + opp($\triangle QRS$) $= 9 + 4{,}2 = 13{,}2$ cm^2

bladzijde 65

54 **a** opp($ABDC$) $= \frac{1}{2} \cdot (2 + 4) \cdot 2{,}5 = 7{,}5$ cm^2
b opp($PQRS$) $= \frac{1}{2} \cdot (1 + 5) \cdot 2{,}5 = 7{,}5$ cm^2

55 De straal van de halve cirkel is 1,8 m, dus de diameter is $2 \cdot 1{,}8 = 3{,}6$ m.
oppervlakte bucket $= \frac{1}{2} \cdot (3{,}6 + 6) \cdot 5{,}8 = 27{,}84$ m^2

56 **a**



$$\begin{aligned}
\text{opp}(ABCD) &= \tfrac{1}{2} \times (CD + AB) \times h \\
68 &= \tfrac{1}{2} \times (6 + 10) \times h \\
68 &= \tfrac{1}{2} \times 16 \times h \\
68 &= 8 \times h \\
\tfrac{68}{8} &= h \\
8{,}5 &= h
\end{aligned}$$

Dus $h = 8{,}5$ cm.
b Tip: Maak eerst een schets.

$$\begin{aligned}
\text{opp}(PQRS) &= \tfrac{1}{2} \times (QR + PS) \times h \\
33{,}75 &= \tfrac{1}{2} \times (8 + PS) \times 2{,}5 \\
33{,}75 &= 1{,}25 \times (8 + PS) \\
\tfrac{33{,}75}{1{,}25} &= 8 + PS \\
27 &= 8 + PS \\
19 &= PS
\end{aligned}$$

Dus $PS = 19$ cm.

bladzijde 66

57 opp(eerste figuur) $= 38 \times 25 - \frac{1}{2} \times 8 \times 13 = 898$ mm^2
opp(tweede figuur) $= 20 \times 14 + 2 \times \frac{1}{2} \times 14 \times 5 = 350$ mm^2
opp(derde figuur) $= 35 \times 18 + \frac{1}{2} \times 35 \times 8 = 770$ mm^2

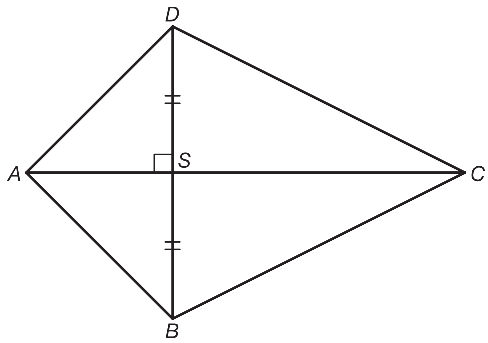
58 **a** opp(vijfhoek) $= 40 \times 30 - \frac{1}{2} \times 20 \times 15 = 1050$ mm^2
b opp(gele vierhoek) $= \frac{1}{2} \times 8 \times 5 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 8$ cm^2

59 opp($PQRS$) = opp($\triangle PQR$) + opp($\triangle PRS$) $= \frac{1}{2} \times 96 \times 22 + \frac{1}{2} \times 96 \times 22 = 2112$ cm^2

60 Het pad is op te delen in honderd parallellogrammen met elk een zijde van 2 m en een hoogte van 1 m.
De oppervlakte van het pad is dus $100 \cdot 2 \cdot 1 = 200$ m^2
De aanlegkosten van het pad zijn $\frac{200}{10} \cdot 80 = 1600$ euro.

bladzijde 67

61



$$\begin{aligned}\text{opp}(ABCD) &= \text{opp}(\triangle ABC) + \text{opp}(\triangle ACD)\\ &= \tfrac{1}{2} \times AC \times BS + \tfrac{1}{2} \times AC \times DS\\ &= \tfrac{1}{2} \times AC \times (BS + DS)\\ &= \tfrac{1}{2} \times AC \times BD\\ &= \tfrac{1}{2} \times \text{ene diagonaal} \times \text{andere diagonaal}\end{aligned}$$

62 $\text{opp}(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot (2x + 4x) \cdot 3x = \frac{1}{2} \cdot 6x \cdot 3x = 9x^2$

$\text{opp}(EFGH) = 2x \cdot 3x = 6x^2$

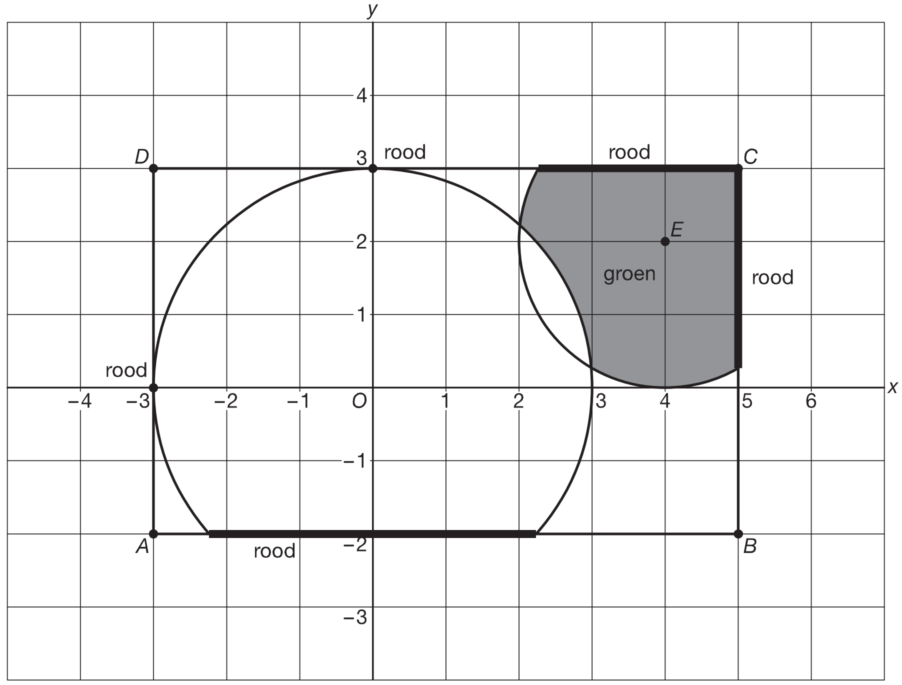
$\text{opp}(PQRS) = \frac{1}{2} \cdot (3x + x)(x + x) = \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot 2x = 4x^2$

63 **a** opp(zeshoek II) $= 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = 3$ cm^2
b Van een figuur op het spijkerbord met één spijker in het binnengebied is de oppervlakte gelijk aan de helft van het aantal spijkers op de omtrek.
c Van een figuur op het spijkerbord met 12 spijkers op de omtrek is de oppervlakte gelijk aan het aantal spijkers in het binnengebied + 5.
d opp = aantal spijkers in het binnengebied + 3.
e De formule klopt.

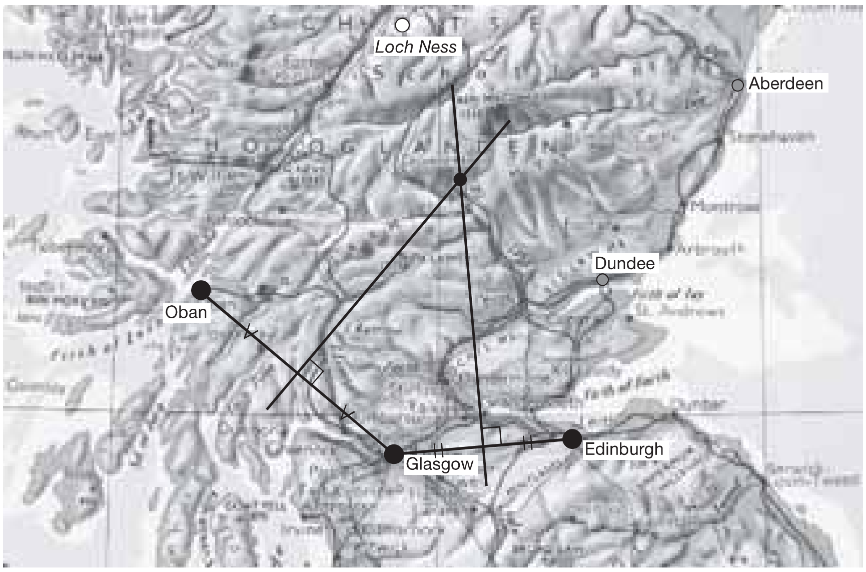
Gemengde opgaven

bladzijde 68

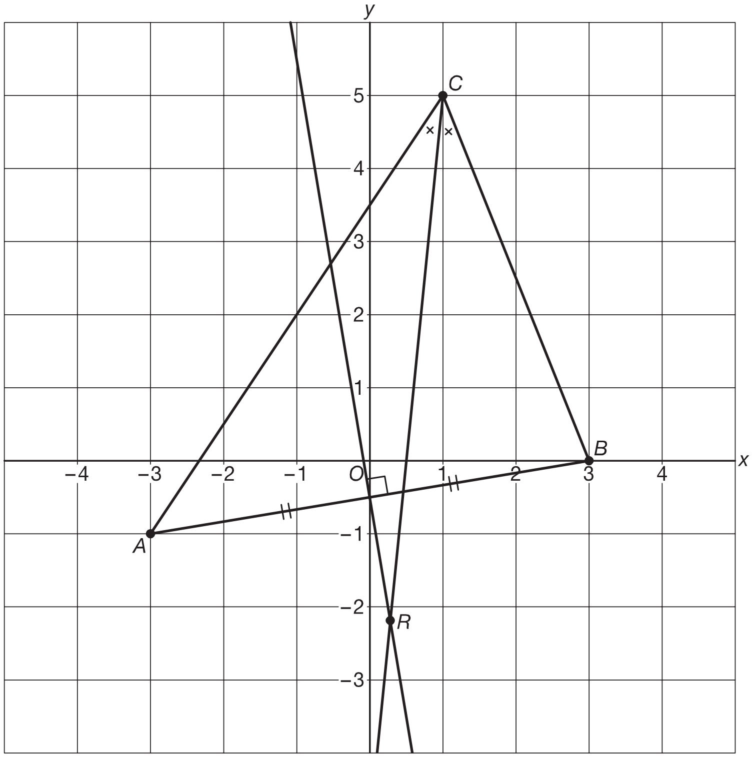
1 **a, b, c**



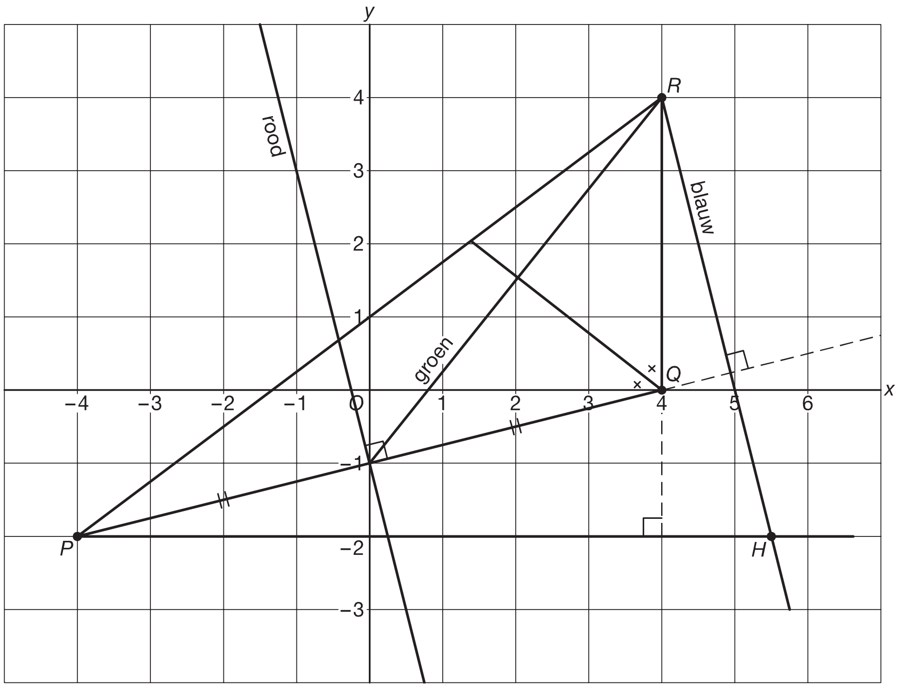
2



3 **a, b**



4 **a, b, c, d, e, f**



bladzijde 69

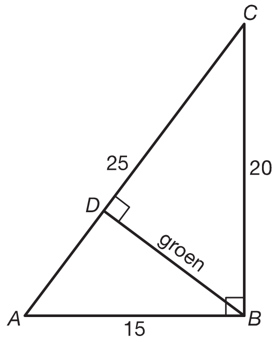
5 **a** opp($\triangle ABC$) $= \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 20 = 150$ mm^2

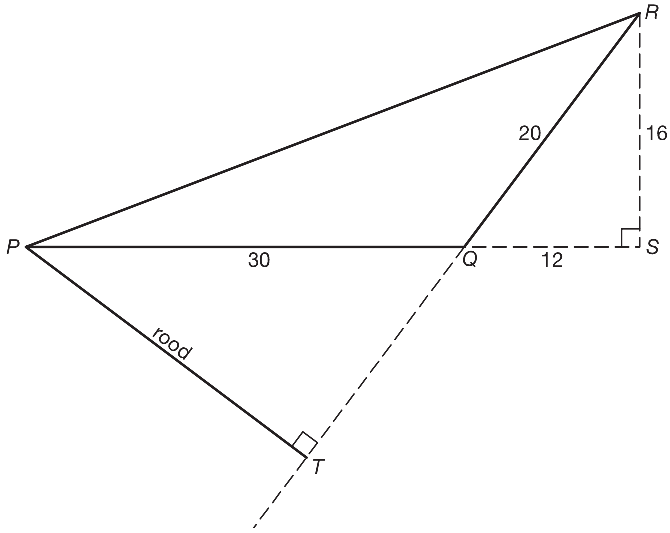
opp($\triangle PQR$) $= \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 16 = 240$ mm^2

opp($DEFG$) $= \frac{1}{2} \cdot (8 + 20) \cdot 16 = 224$ mm^2

opp($KLMN$) $= \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 16 = 144$ mm^2

b, c





6 **a** opp($\triangle ABC$) = 150 mm^2 (zie onderdeel 5a)

opp($\triangle ABC$) $= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot BD = 12{,}5 \cdot BD$

Dus $12{,}5 \cdot BD = 150$

$BD = \frac{150}{12{,}5} = 12$ mm

b opp($\triangle PQR$) = 240 mm^2 (zie onderdeel 5a)

opp($\triangle PQR$) $= \frac{1}{2} \cdot QR \cdot PT = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot PT = 10 \cdot PT$

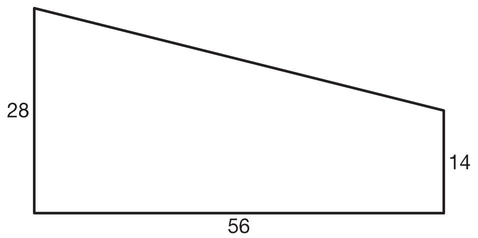
Dus $10 \cdot PT = 240$

$PT = \frac{240}{10} = 24$ mm

7 oppervlakte voorkant = $22 \cdot 14 = 308$ m^2
oppervlakte zijkant = $12 \cdot 14 = 168$ m^2
oppervlakte voorkant dak = $\frac{1}{2} \cdot (10 + 22) \cdot 8 = 128$ m^2
oppervlakte zijkant dak = $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 = 48$ m^2
totale oppervlakte huis = $2 \cdot (308 + 168 + 128 + 48) = 1304$ m^2
Dus Christo heeft 1304 m^2 folie nodig.

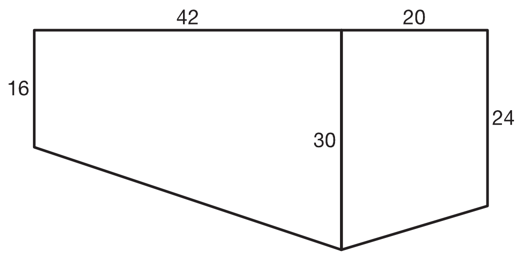
8 De afmetingen zijn steeds in dm.

a



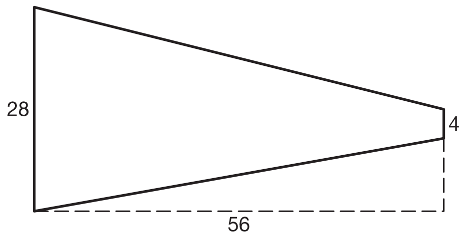
opp $= \frac{1}{2} \cdot (14 + 28) \cdot 56 = 1176$ dm^2

b



opp $= \frac{1}{2} \cdot (16 + 30) \cdot 42 + \frac{1}{2} \cdot (24 + 30) \cdot 20 = 1506$ dm^2

c

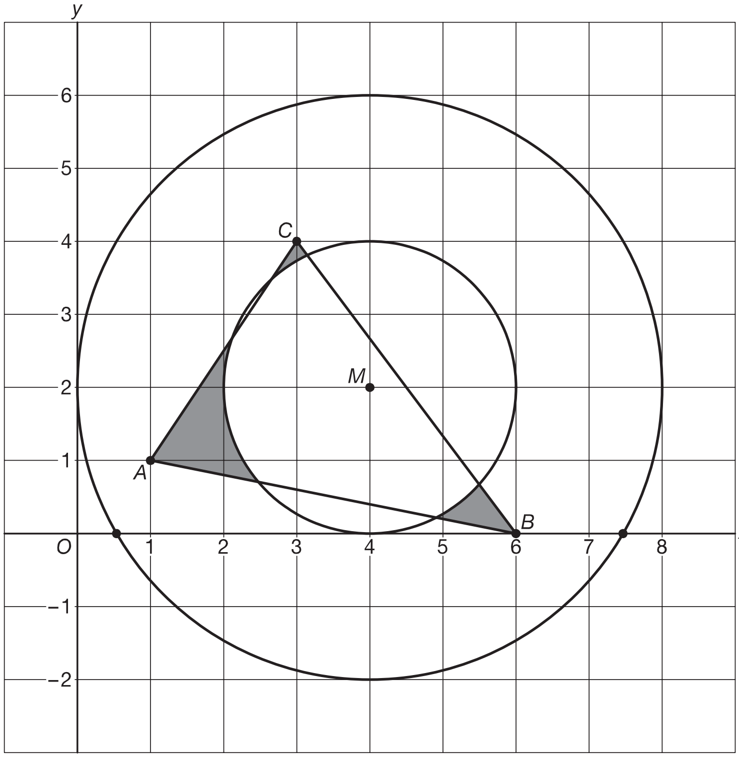


opp $= \frac{1}{2} \cdot (4 + 28) \cdot 56 = 896$ dm^2

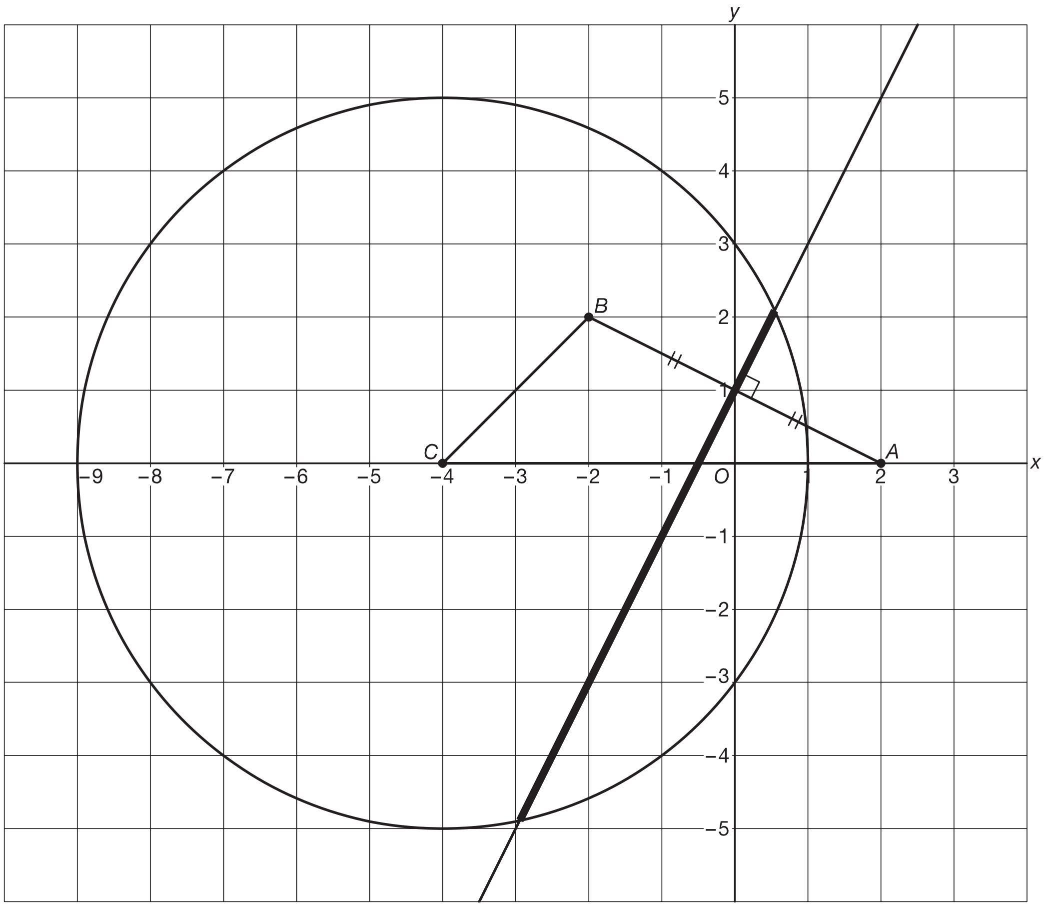
Diagnostische toets

bladzijde 72

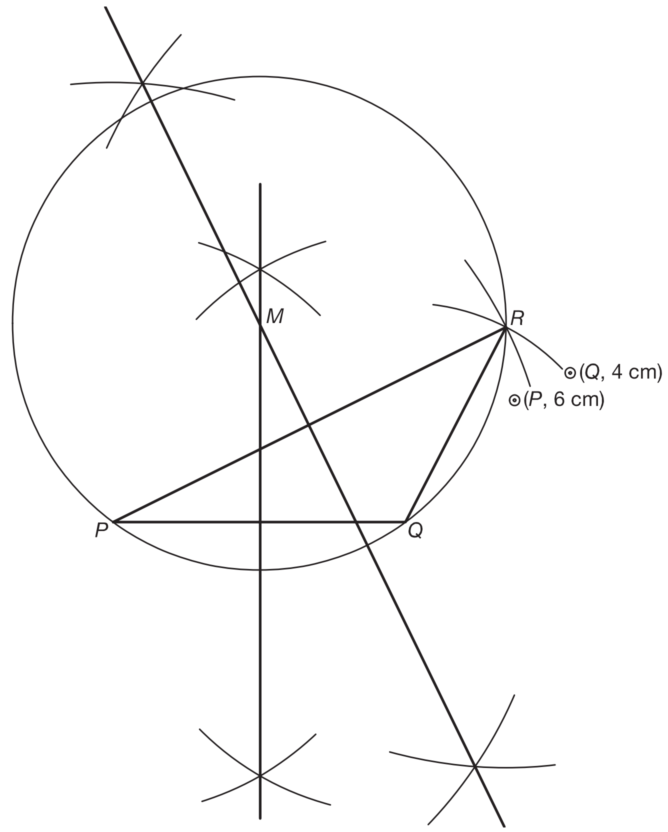
1 **a, b, c**



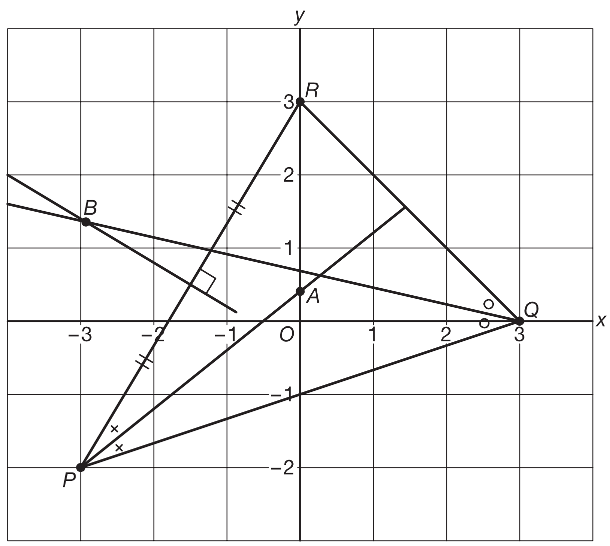
2 **a, b**



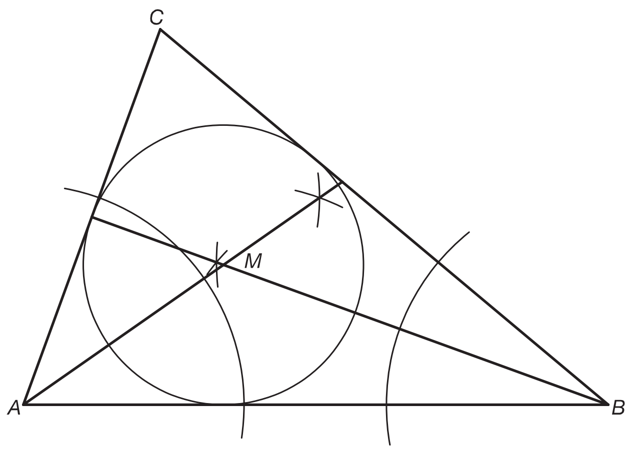
3 **a, b**



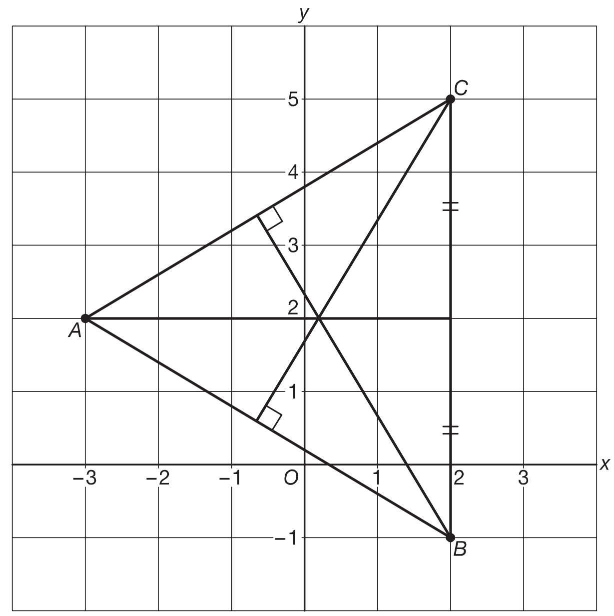
4 **a, b, c**



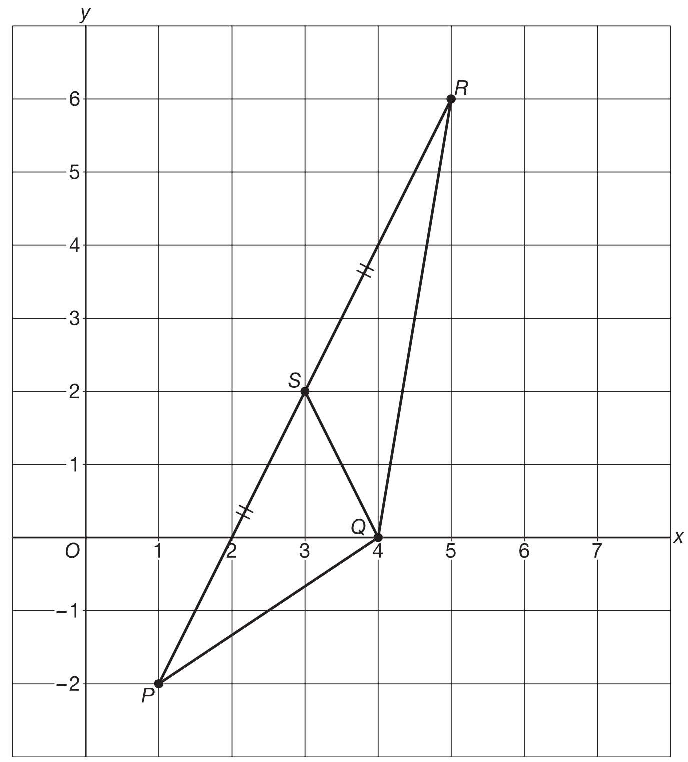
5 **a, b**



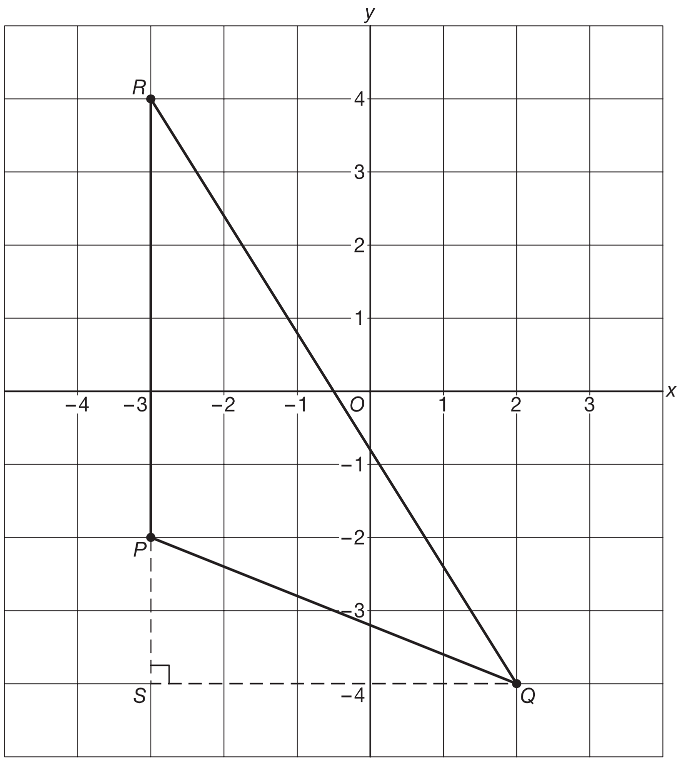
6 **a, b, c**



7 **a, b**



8



opp($\triangle PQR$) $= \frac{1}{2} \times PR \times QS = \frac{1}{2} \times 6 \times 5 = 15$ cm^2

bladzijde 73

9 opp($\triangle ABC$) $= 4 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 = 5\frac{1}{2}$ cm^2

opp($\triangle DEF$) $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ cm^2

opp($\triangle GHI$) $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$ cm^2

opp($\triangle KLM$) $= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 = 2$ cm^2

10 a oppervlakte $= 40 \cdot 30 = 1200$ mm^2
b oppervlakte $= 32 \cdot 29 = 928$ mm^2
c oppervlakte $= 25 \cdot 39 = 975$ mm^2

11 opp($ABCD$) $= AB \times$ bijbehorende hoogte $= 8 \times 4 = 32$ cm^2
opp($ABCD$) $= BC \times$ bijbehorende hoogte $= 5 \times$ bijbehorende hoogte
Dus $5 \times$ bijbehorende hoogte $= 32$
bijbehorende hoogte $= \frac{32}{5} = 6\frac{2}{5}$
Dus de hoogte die bij de zijde BC hoort is $6\frac{2}{5}$ cm.

12 a oppervlakte $= \frac{1}{2} \cdot (18 + 46) \cdot 24 = 768$ mm^2

b oppervlakte $= \frac{1}{2} \cdot (10 + 40) \cdot 30 = 750$ mm^2

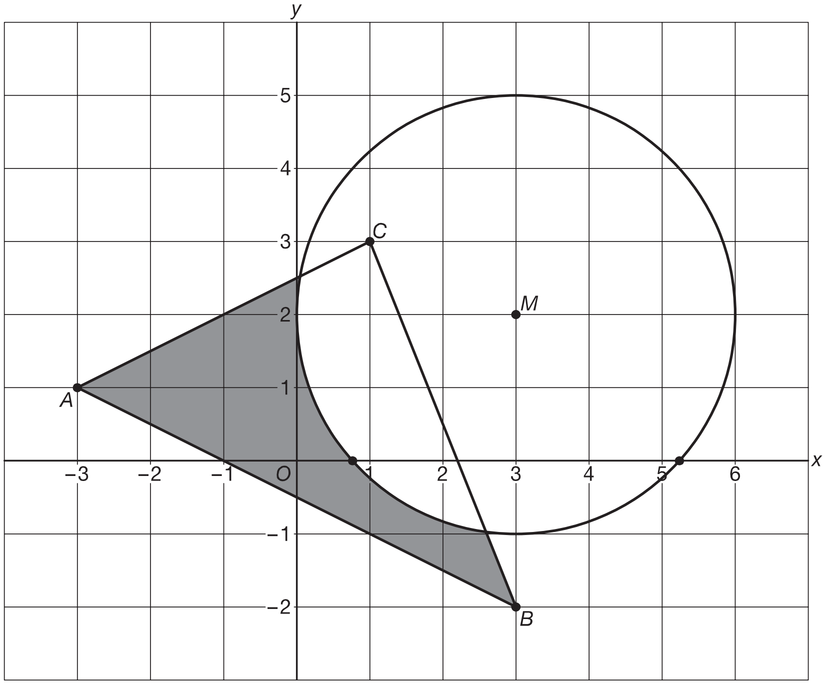
13 **a** opp($ABCDE$) $= \frac{1}{2} \cdot (20 + 24) \cdot 18 + \frac{1}{2} \cdot (6 + 18) \cdot 16 = 588$ mm^2

b oppervlakte $= \frac{1}{2} \cdot 34 \cdot 20 = 340$ mm^2

Herhaling

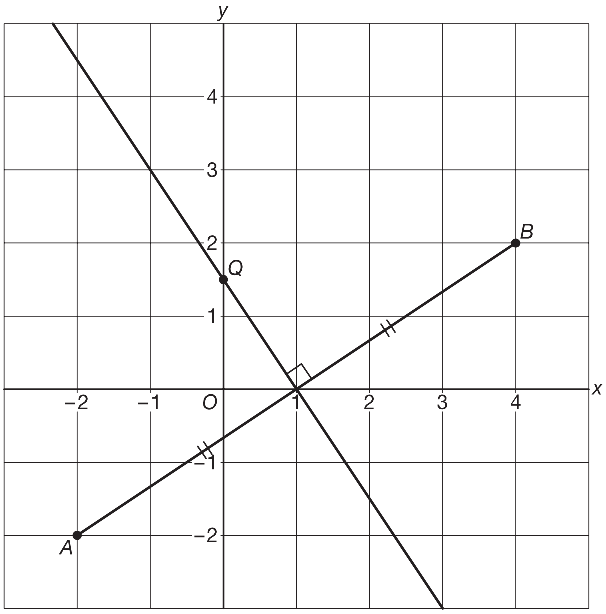
bladzijde 74

1 **a, b, d, e**



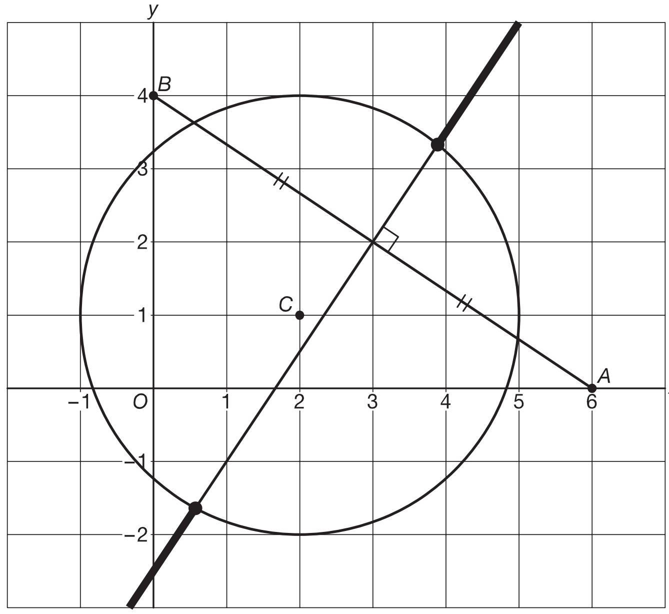
c De punten P waarvoor geldt $PM > 3$ liggen in het buitengebied van $\odot(M, 3 \text{ cm})$.

2 **a, b, d**

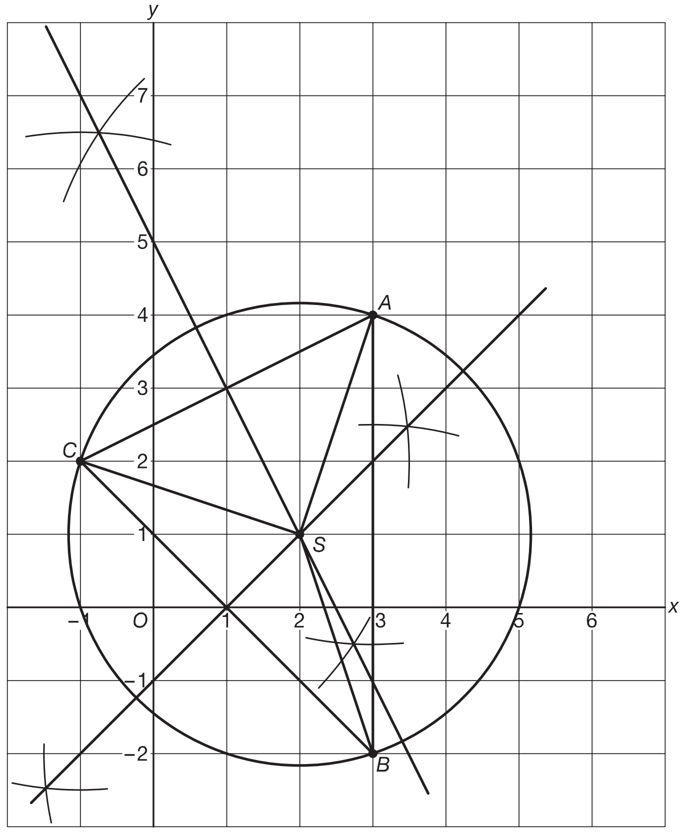


c De afstanden van dat punt tot de punten A en B zijn gelijk.

3 **a, b, c**



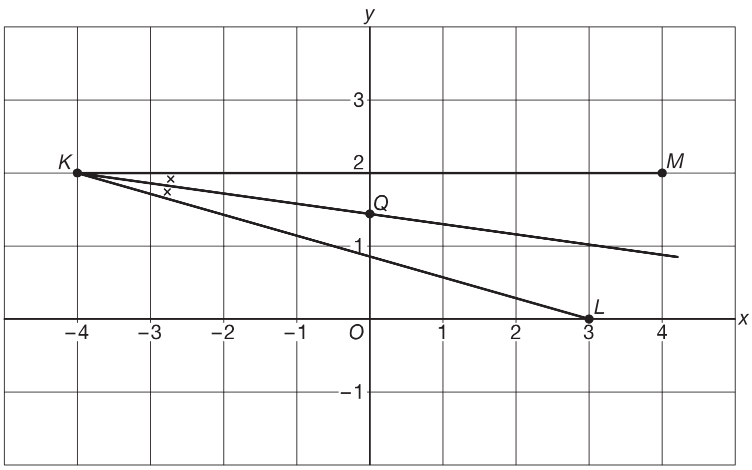
4 **a, b, c, d**



c Ja, $SA = SB = SC$.

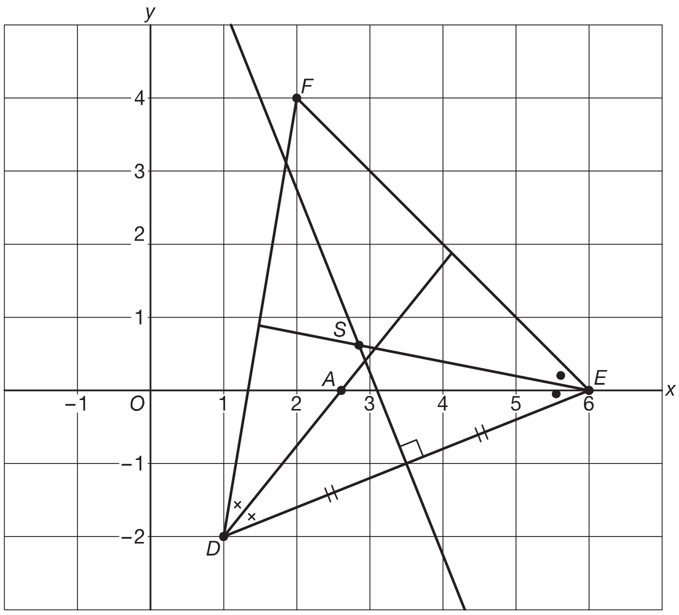
d De omgeschreven cirkel van $\triangle ABC$.

5 **a, b, d**

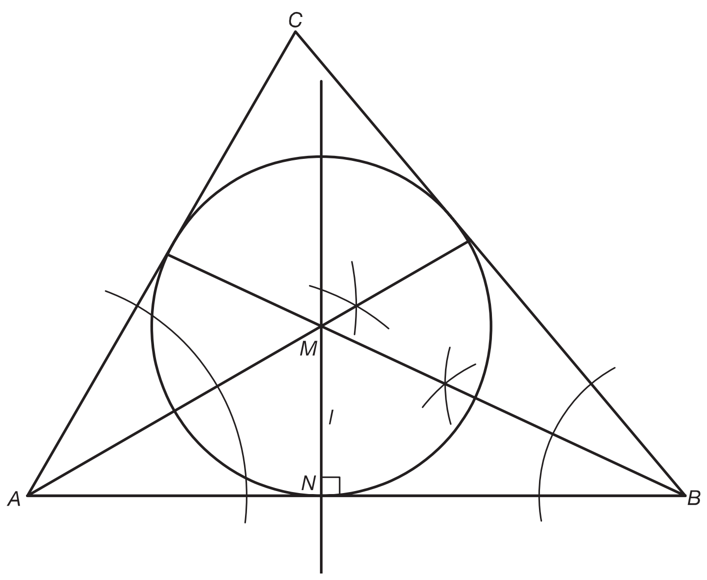


c De afstand van een punt op de bissectrice van $\angle K$ tot het ene been is gelijk aan de afstand van dat punt tot het andere been.

6 **a, b, c**

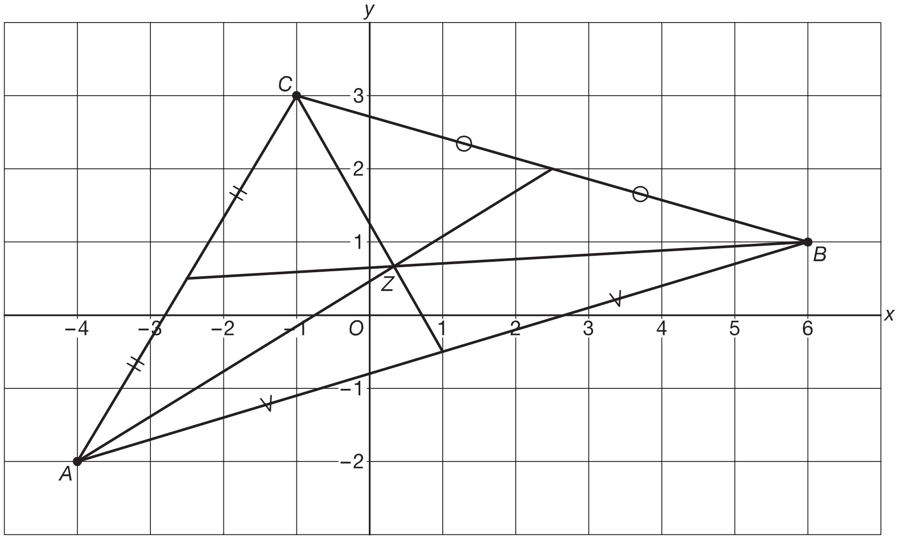


7 **a, b, c, d**



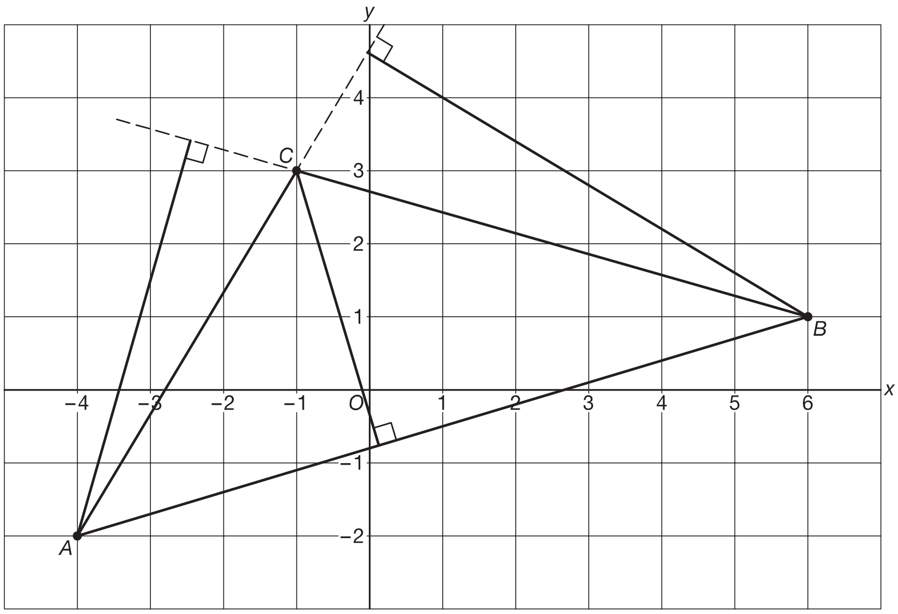
e De ingeschreven cirkel van $\triangle ABC$.

8 **a, b**



c De drie zwaartelijnen gaan door één punt. Dat punt heet het zwaartepunt.

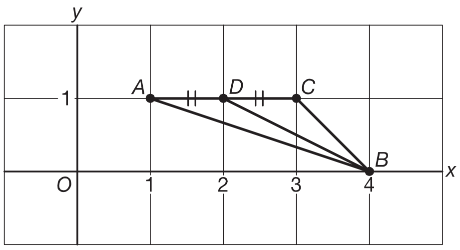
d, e, f



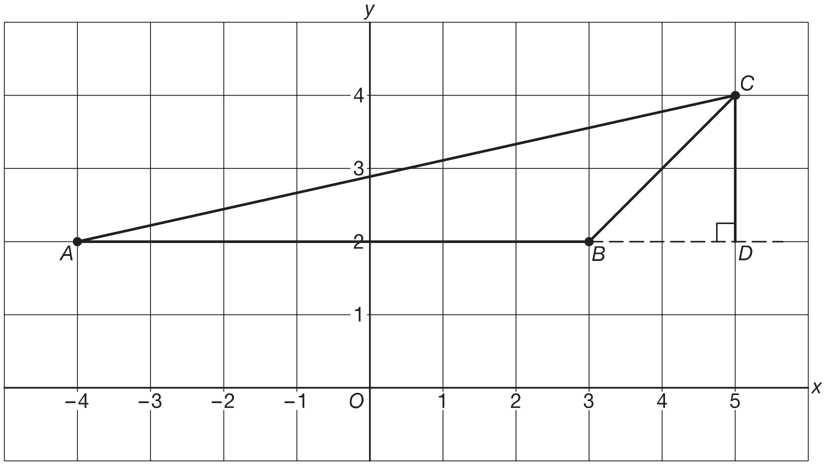
bladzijde 76

9 **a, b**

D is het midden van de zijde AC.



10 **a**



b Van zijde AB weet je de lengte, namelijk $AB = 7$ cm.

c $CD = 2$ cm

$\text{opp}(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \times 7 \times 2 = 7 \text{ cm}^2$

11 $\text{opp(I)} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3 \text{ cm}^2$

$\text{opp(II)} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \text{ cm}^2$

$\text{opp(III)} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2 \text{ cm}^2$

$\text{opp(IV)} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3 \text{ cm}^2$

$\text{opp(V)} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 = 2 \text{ cm}^2$

$\text{opp(VI)} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2 \text{ cm}^2$

12 $\text{opp}(\triangle ABC) = \text{opp}(DBEF) - \text{opp}(\triangle ABD) - \text{opp}(\triangle BEC) - \text{opp}(\triangle ACF)$

$= 4 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2$

$= 5 \text{ cm}^2$

13 a oppervlakte $= 41 \cdot 30 = 1230 \text{ mm}^2$

b oppervlakte $= 32 \cdot 17 = 544 \text{ mm}^2$

c oppervlakte $= 20 \cdot 40 = 800 \text{ mm}^2$

bladzijde 77

14 **a** oppervlakte $(PQRS) = 6 \cdot 9 = 54 \text{ cm}^2$

b oppervlakte $(PQRS) = 10 \cdot$ bijbehorende hoogte

Dus $10 \cdot$ bijbehorende hoogte $= 54$.

Dit geeft bijbehorende hoogte $= \frac{54}{10} = 5{,}4$.

Dus de hoogte die bij de zijde QR hoort is 5,4 cm.

15 a oppervlakte $= \frac{1}{2} \cdot (20 + 50) \cdot 25 = 875 \text{ mm}^2$

b oppervlakte $= \frac{1}{2} \cdot (16 + 41) \cdot 31 = 883{,}5 \text{ mm}^2$

c oppervlakte $= \frac{1}{2} \cdot (17 + 38) \cdot 28 = 770 \text{ mm}^2$

16 **a** $ABCD$ is een vlieger omdat precies één van de diagonalen symmetrieas is, namelijk de diagonaal AC.

b $\text{opp}(ABCD) = \text{opp}(\triangle ACD) + \text{opp}(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 5 = 90 \text{ mm}^2$

Het mag ook in één keer: $\text{opp}(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 10 = 90 \text{ mm}^2$.

c $\text{opp}(PQRS) = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 22 = 440 \text{ mm}^2$

$\text{opp}(ABCDE) = 38 \cdot 25 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 25 - \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 17 = 734{,}5 \text{ mm}^2$

$\text{opp}(KLMNO) = 40 \cdot 28 - \frac{1}{2} \cdot 19 \cdot 22 = 911 \text{ mm}^2$

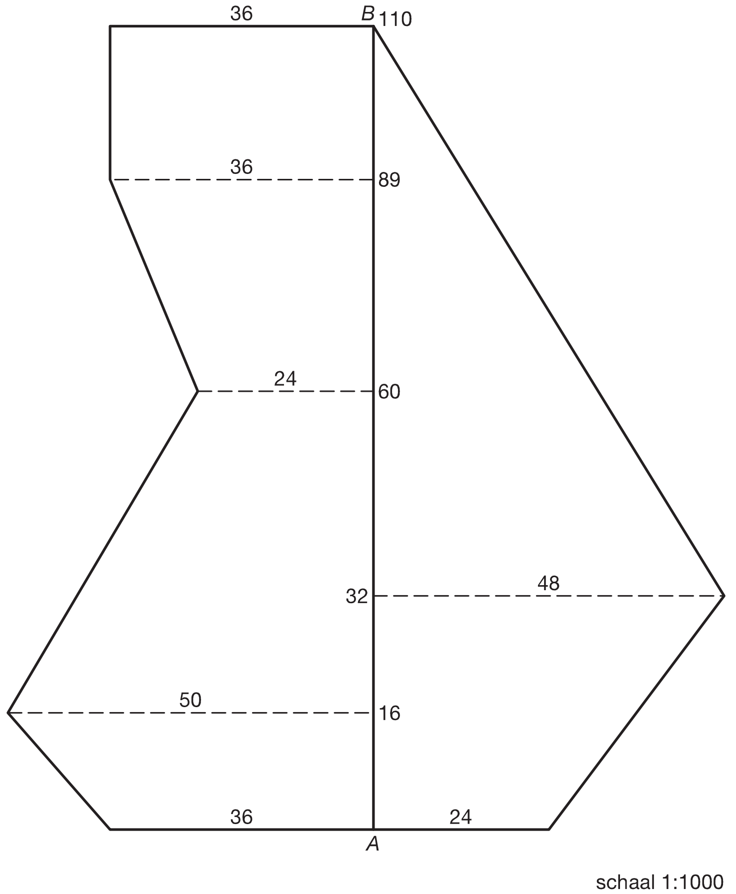
Extra

bladzijde 78

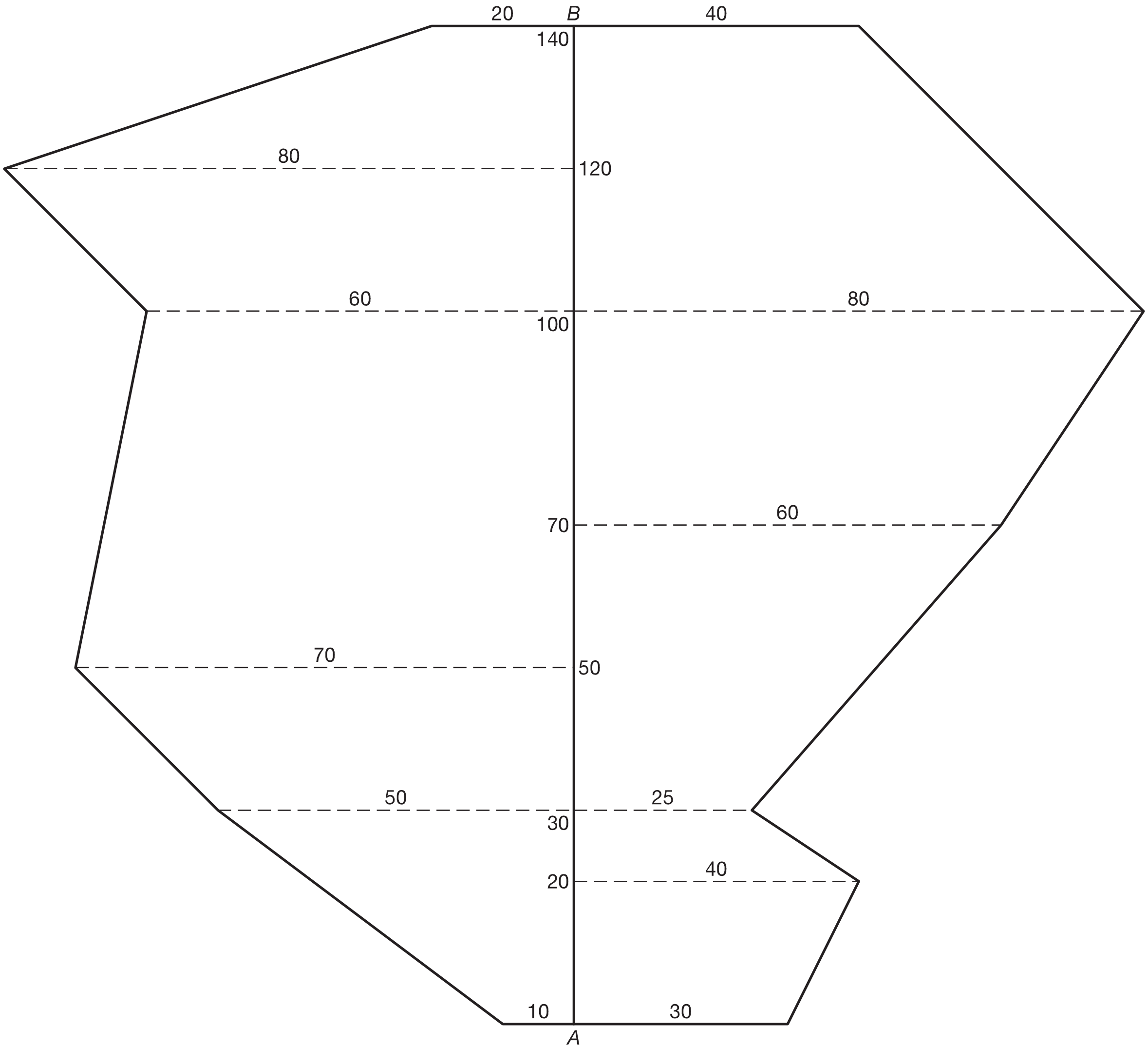
1 **a** *
b Alidade, driepoot, equerre, grafometer, meetketting, meetpinnen, planchet, proportioneel kompas, transversaalschaal, sextant.
c Grenskaarten tekenen, hoogtekaarten tekenen, landinrichting, oppervlakte bepalen.

bladzijde 79

2



3



schaal 1:1000

4 <u>Rechts van meetlijn *AB*</u>

$\text{opp(driehoek)} = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 40 = 1200 \text{ m}^2$

$\text{opp(trapezium)} = \frac{1}{2} \cdot (40 + 20) \cdot (100 - 60) = 1200 \text{ m}^2$

<u>Links van meetlijn *AB*</u>

$\text{opp(rechthoek)} = 30 \cdot 20 = 600 \text{ m}^2$

$\text{opp(trapezium)} = \frac{1}{2} \cdot (40 + 30) \cdot (30 - 20) = 350 \text{ m}^2$

$\text{opp(trapezium)} = \frac{1}{2} \cdot (20 + 40) \cdot (50 - 30) = 600 \text{ m}^2$

$\text{opp(rechthoek)} = 20 \cdot (70 - 50) = 400 \text{ m}^2$

$\text{opp(trapezium)} = \frac{1}{2} \cdot (40 + 20) \cdot (90 - 70) = 600 \text{ m}^2$

$\text{opp(trapezium)} = \frac{1}{2} \cdot (30 + 40) \cdot (100 - 90) = 350 \text{ m}^2$ +

$\text{oppervlakte stuk land} = 5300 \text{ m}^2$

5 **a** <u>Rechts van meetlijn *AB*</u>

$\text{opp(trapezium)} = \frac{1}{2} \cdot (48 + 24) \cdot 32 = 1152 \text{ m}^2$

$\text{opp(driehoek)} = \frac{1}{2} \cdot 48 \cdot (110 - 32) = 1872 \text{ m}^2$

Links van meetlijn *AB*

opp(trapezium) $= \frac{1}{2} \cdot (50 + 36) \cdot 16 \quad = \quad 688 \text{ m}^2$

opp(trapezium) $= \frac{1}{2} \cdot (24 + 50) \cdot (60 - 16) = 1628 \text{ m}^2$

opp(trapezium) $= \frac{1}{2} \cdot (36 + 24) \cdot (89 - 60) = 870 \text{ m}^2$

opp(rechthoek) $= 36 \cdot (110 - 89) \quad = \quad 756 \text{ m}^2$ +

oppervlakte terrein $= 6966 \text{ m}^2$

b Rechts van meetlijn *AB*

opp(trapezium) $= \frac{1}{2} \cdot (40 + 30) \cdot 20 \quad = \quad 700 \text{ m}^2$

opp(trapezium) $= \frac{1}{2} \cdot (25 + 40) \cdot (30 - 20) \quad = \quad 325 \text{ m}^2$

opp(trapezium) $= \frac{1}{2} \cdot (60 + 25) \cdot (70 - 30) \quad = \quad 1700 \text{ m}^2$

opp(trapezium) $= \frac{1}{2} \cdot (80 + 60) \cdot (100 - 70) \quad = \quad 2100 \text{ m}^2$

opp(trapezium) $= \frac{1}{2} \cdot (40 + 80) \cdot (140 - 100) = 2400 \text{ m}^2$

Links van meetlijn *AB*

opp(trapezium) $= \frac{1}{2} \cdot (50 + 10) \cdot 30 \quad = \quad 900 \text{ m}^2$

opp(trapezium) $= \frac{1}{2} \cdot (70 + 50) \cdot (50 - 30) \quad = \quad 1200 \text{ m}^2$

opp(trapezium) $= \frac{1}{2} \cdot (60 + 70) \cdot (100 - 50) \quad = \quad 3250 \text{ m}^2$

opp(trapezium) $= \frac{1}{2} \cdot (80 + 60) \cdot (120 - 100) = 1400 \text{ m}^2$

opp(trapezium) $= \frac{1}{2} \cdot (20 + 80) \cdot (140 - 120) = 1000 \text{ m}^2$ +

oppervlakte terrein $= 14\,975 \text{ m}^2$

6 De formule oppervlakte $= \frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot h$ is ook te gebruiken voor het berekenen van de oppervlakte van een rechthoek en de oppervlakte van een driehoek.

Voor een rechthoek geldt $a = b$, zodat oppervlakte $= \frac{1}{2} \cdot (a + a) \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot h = a \cdot h$ met a de lengte van de rechthoek en h de breedte van de rechthoek.

Voor een driehoek geldt $b = 0$ (of $a = 0$), zodat oppervlakte $= \frac{1}{2} \cdot (a + 0) \cdot h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$ met a de lengte van een zijde van de driehoek en h de bijbehorende hoogte.

We kunnen dan van elke driehoek of vierhoek van het terrein de oppervlakte berekenen met de formule oppervlakte $= \frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot h$.
De waarden voor a en b lees je af in linker- en rechterkolom van de meettabel en h bereken je door de bijbehorende getallen in de middelste kolom van elkaar af te trekken.

Linkerkolom

$\frac{1}{2} \cdot (70 + 40) \cdot (20 - 0) = 1100$

$\frac{1}{2} \cdot (100 + 70) \cdot (50 - 20) = 2550$

$\frac{1}{2} \cdot (80 + 100) \cdot (120 - 50) = 6300$

$\frac{1}{2} \cdot (80 + 80) \cdot (150 - 120) = 2400$

$\frac{1}{2} \cdot (120 + 80) \cdot (190 - 150) = 4000$

$\frac{1}{2} \cdot (20 + 120) \cdot (200 - 190) = 700$ +

$17\,050$

Rechterkolom

$\frac{1}{2} \cdot (50 + 50) \cdot (40 - 0) = 2000$

$\frac{1}{2} \cdot (70 + 50) \cdot (80 - 40) = 2400$

$\frac{1}{2} \cdot (60 + 70) \cdot (150 - 80) = 4550$

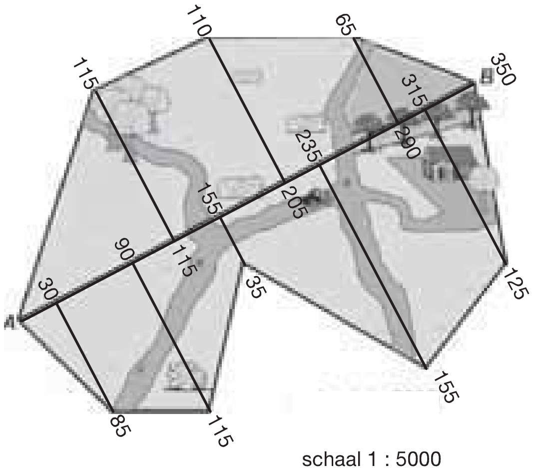
$\frac{1}{2} \cdot (0 + 60) \cdot (200 - 150) = 1500$ +

$10\,450$

De oppervlakte van het terrein is $17\,050 + 10\,450 = 27\,500 \text{ m}^2$.

7 meettabel
afstanden in meters

0	350	0
	315	125
65	290	
	235	155
110	205	
	155	35
115	115	
	90	115
	30	85
0	0	0



Linkerkolom

$\frac{1}{2} \cdot (0 + 65) \cdot (350 - 290) = 1950$
$\frac{1}{2} \cdot (65 + 110) \cdot (290 - 205) = 7437{,}5$
$\frac{1}{2} \cdot (110 + 115) \cdot (205 - 115) = 10\,125$
$\frac{1}{2} \cdot (115 + 0) \cdot (115 - 0) = 6612{,}5$ +
26 125

Rechterkolom

$\frac{1}{2} \cdot (0 + 125) \cdot (350 - 315) = 2187{,}5$
$\frac{1}{2} \cdot (125 + 155) \cdot (315 - 235) = 11\,200$
$\frac{1}{2} \cdot (155 + 35) \cdot (235 - 155) = 7600$
$\frac{1}{2} \cdot (35 + 115) \cdot (155 - 90) = 4875$
$\frac{1}{2} \cdot (115 + 85) \cdot (90 - 30) = 6000$
$\frac{1}{2} \cdot (85 + 0) \cdot (30 - 0) = 1275$ +
33 137,5

De oppervlakte van het terrein is 26 125 + 33 137, 5 = 59 262,5 m^2.

8 **a, b** *

Wiskundige vaardigheden

bladzijde 80

1
a $3p \cdot 6q = 18pq$
b $-8a \cdot 2b = -16ab$
c $-7b \cdot -3b = 21b^2$
d $5b \cdot 3a \cdot -c = -15abc$
e $-c \cdot 3a \cdot -c = 3ac^2$
f $15q \cdot 2p \cdot -r = -30pqr$
g $-3a \cdot 2a \cdot -6 = 36a^2$
h $-4a \cdot 2b \cdot 5b = -40ab^2$
i $-\frac{1}{2}p \cdot -\frac{1}{3}q \cdot -6r = -pqr$

2
a $a + 8a = 9a$
b $8a - 2a = 6a$
c $7a - a = 6a$
d $8ab - 7ab = ab$
e $3ac - 8ab$ kan niet
f $-7c - 12c = -19c$
g $3ab - ac - ab = 2ab - ac$
h $8pq - 8p - 3pq = 5pq - 8p$
i $q + 8q - 2pq = 9q - 2pq$

3
a $8a \cdot 3b - 7a \cdot 2b = 24ab - 14ab = 10ab$
b $-a \cdot 3b - 5a \cdot b = -3ab - 5ab = -8ab$
c $-8a \cdot -a + a \cdot 2a = 8a^2 + 2a^2 = 10a^2$
d $-5p \cdot 3q + 8p \cdot 5q = -15pq + 40pq = 25pq$
e $6q \cdot -2p - 3p \cdot 5q = -12pq - 15pq = -27pq$
f $-5a \cdot 3c + 5a \cdot 2b = -15ac + 10ab$

bladzijde 81

4
a $8p - 3p = 5p$
b $3p \cdot -8q = -24pq$
c $3p \cdot -8p = -24p^2$
d $8a - 3b + a = 9a - 3b$
e $8a \cdot -3b \cdot a = -24a^2b$
f $8a \cdot 5 - 3a = 40a - 3a = 37a$
g $3ab - 2ac + ab = 4ab - 2ac$
h $2x - 5x - -7x = -3x + 7x = 4x$
i $2x \cdot -5 - 3 \cdot -2x = -10x + 6x = -4x$

5 **a** $-2x + 3y - -5x = -2x + 3y + 5x = 3x + 3y$
b $-2x \cdot -3y - 2y \cdot 3x = 6xy - 6xy = 0$
c $-2x \cdot 6 - 3x \cdot -2 = -12x + 6x = -6x$
d $8a - 9b - 7a - 2b = a - 11b$
e $8a + a - 9b - 7 + 2b = 9a - 7b - 7$
f $8a \cdot -9b - 7a \cdot -2b = -72ab + 14ab = -58ab$

6 **a** $-4x \cdot 2y - 3y \cdot 2x = -8xy - 6xy = -14xy$
b $-4x + 2y - 3y + 2x = -2x - y$
c $-8 \cdot 2xy + 6 \cdot 3xy = -16xy + 18xy = 2xy$
d $3a \cdot -2a + 7a - a = -6a^2 + 6a$
e $5a \cdot 2a - 2a \cdot 5a = 10a^2 - 10a^2 = 0$
f $-a \cdot 3b + 5b \cdot -a = -3ab - 5ab = -8ab$

7 **a** $18ab = 2ab + 16ab$
b $18ab = -9a \cdot -2b$
c $18ab = -ab + 19ab$
d $18ab = -2ab \cdot -9$
e $18ab = -\frac{1}{2}b \cdot -36a$
f $18ab = -20ab + 38ab$

8 **a** $20a^2 = a^2 + 19a^2$
b $20a^2 = -5a \cdot -4a$
c $20a^2 = \frac{1}{2}a \cdot 40a$
d $18a^2b = 2a^2 \cdot b + 2a \cdot 8ab$
e $18a^2b = 3a^2 \cdot 10b - 6a \cdot 2ab$
f $18a^2b = -6b \cdot -3a^2$

9 **a** $-5a \cdot 3ab - 5b \cdot 2a^2 = -15a^2b - 10a^2b = -25a^2b$
b $5ab \cdot 3ac - 5a \cdot b \cdot ac = 15a^2bc - 5a^2bc = 10a^2bc$
c $-5a^2 \cdot 7b - 3a^2 \cdot b = -35a^2b - 3a^2b = -38a^2b$
d $5a + b - 3a - c - 5a - b - a + 2c = -4a + c$
e $-5a^2 + 7b - 3a^2 + b = -8a^2 + 8b$
f $5a \cdot b - 3a \cdot c - 5a \cdot -b + a \cdot -2c = 5ab - 3ac + 5ab - 2ac = 10ab - 5ac$

LEERBOEK WERKBOEK ANTWOORDEN **UITWERKINGEN** DOCENTENKIT

auteurs
L.A. Reichard
S. Rozemond
J.H. Dijkhuis
C.J. Admiraal
G.J. te Vaarwerk
J.A. Verbeek
G. de Jong
N.J.J.M. Brokamp
H.J. Houwing
J.D. Kuis
F. ten Klooster
F.G. van Leeuwen
S.K.A. de Waal
J. van Braak
H. Liesting
M. Wieringa

epn

ISBN 978-90-11-10626-0
9 789011 106260